

**Insper Instituto de Ensino e Pesquisa  
Faculdade de Economia e Administração**

**Ana Carolina Tereza Ramos de Oliveira Santos**

**DINÂMICA DA ANÁLISE DE RISCO NO MERCADO DE  
AÇÕES**

**São Paulo  
2011**

Ana Carolina Tereza Ramos de Oliveira Santos

## **Dinâmica da análise de risco no mercado de ações**

Monografia Final apresentada ao curso de Ciências Econômicas, como requisito parcial da disciplina de Monografia II do Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Orientador:

Prof. Dr. Marco Antônio Leonel Caetano – Insper

**São Paulo  
2011**

## Resumo

SANTOS, Ana Carolina Tereza Ramos de Oliveira Santos. Dinâmica da análise de risco no mercado de ações. São Paulo, 2011. 59p. Monografia – Faculdade de Economia e Administração. Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Neste trabalho estudamos a dinâmica do mercado financeiro e avaliamos medidas de intervenção externa visando o combate a crises financeiras. A metodologia adotada foi a de modelos baseados em agentes computacionais, em contraposição aos modelos econométricos tradicionais. O modelo estudado, proposto por Bagley (1992) e modificado por Caetano (2011), tem origem na Química e descreve como ocorre a reação entre polímeros A e B, na presença de um catalisador, formando um polímero C. A analogia com o mercado financeiro é feita de maneira que os polímeros são interpretados como sendo três bolsas de valores: Hang-Seng, Dow Jones e Ibovespa no período entre setembro de 2007 e setembro de 2010. O sistema de equações diferenciais de primeira ordem não lineares foi resolvido utilizando o método de Runge-Kutta de quarta ordem e seus parâmetros identificados utilizando o método proposto por Nelder-Mead programado em Matlab. A análise de Monte Carlo, onde se considera que o FED (*Federal Reserve*) pode intervir na economia norte-americana injetando dinheiro no mercado mostrou efeitos positivos nos índices de bolsa de valores dos EUA e do Brasil. Os resultados do estudo do VaR (*Value-at-Risk*) indicam que o risco sistêmico diminui quando há intervenção externa. Entretanto, apesar dos resultados das simulações indicarem que o intervencionismo é capaz de combater crises financeiras, ainda permanecem dúvidas a respeito do impacto dessas medidas em termos de risco moral (*moral hazard*) nos agentes econômicos.

## Sumário

Lista de tabelas .....	4
Lista de figuras .....	5
Capítulo 1. Introdução .....	6
Capítulo 2. O modelo dinâmico.....	10
2.1 Metodologia.....	10
2.2 Base de dados .....	14
Capítulo 3. Identificação do modelo.....	16
3.1 O processo de identificação .....	16
3.2 Estabilidade da Solução.....	19
3.3 Simulação Computacional - Cenários .....	20
Capítulo 4. Intervenção Externa nos modelos dinâmicos.....	24
4.1 Controle de crises .....	24
4.2 Formas de intervenção.....	26
4.3 Avaliação do risco sistêmico .....	32
Capítulo 5. Conclusão .....	34
Referências .....	36
Apêndice 1 .....	41
Apêndice 2.....	44
Apêndice 3.....	46
Apêndice 4.....	48
Apêndice 5.....	49
Apêndice 6.....	52
Apêndice 7.....	55

## Lista de tabelas

Tabela 1: Parâmetros estimados para o modelo descrito pelo sistema de equações (17).....	17
Tabela 2: Parâmetros estimados para o modelo descrito pelo sistema de equações (18).....	17
Tabela 3: Ponto de equilíbrio.....	20
Tabela 4: Auto-valores de J.....	20
Tabela 5: Desvio padrão dos dados reais para as séries: Hang-Seng, Dow Jones e Ibovespa, respectivamente. ....	21
Tabela 6: Teste de hipótese para a variância dos dados com e sem a intervenção do FED para o Dow Jones. ....	28
Tabela 7: Teste de hipótese para a variância dos dados com e sem a intervenção do FED para o Ibovespa.....	29
Tabela 8: Teste de hipótese para as médias com e sem a intervenção do FED presumindo variâncias equivalentes para o Dow Jones, conforme o resultado da tabela 6. ....	31
Tabela 9: Teste de hipótese para as médias com e sem a intervenção do FED presumindo variâncias iguais para o Ibovespa, conforme o resultado da tabela 7.....	31
Tabela 10: VaR para o índice Dow Jones.....	33
Tabela 11: VaR para o índice Ibovespa.....	33

## Lista de figuras

Figura 1: Esquema do programa (Apêndices 2 e 3) que estima os parâmetros dos modelos (17) e (18).....	17
Figura 2: Modelo estimado conforme o sistema de equações diferenciais (17) e dados reais.	18
Figura 3: Modelo estimado conforme o sistema de equações diferenciais (18).....	19
Figura 4: Modelo estimado conforme o sistema de equações diferenciais (19).....	21
Figura 5: Envelope de 50 simulações do modelo (22) para o índice Hang-Seng.....	22
Figura 6: Envelope de 50 simulações do modelo (22) para o índice Dow Jones. ....	22
Figura 7: Envelope de 50 simulações do modelo (22) para o índice Ibovespa. ....	23
Figura 8: Resposta do índice Dow-Jones ao pacote anunciado em 20 de setembro de 2008 pelo presidente Bush.....	25
Figura 9: Resposta do índice Dow-Jones ao pacote anunciado em 5 de janeiro de 2009 pelo presidente Obama. ....	25
Figura 10: Resposta do índice Dow-Jones ao <i>Quantitative Easing</i> anunciado em 10 de agosto de 2010. ....	26
Figura 11: Simulação do modelo (22) com a condição (23) modelando a intervenção do FED. ....	28
Figura 12: Box-Plot para o Dow Jones com e sem a condição (23).....	30
Figura 13: Box-Plot para o Ibovespa com e sem a condição (23).....	30

# Capítulo 1. Introdução

Os modelos econométricos tradicionais, assim como todo modelo, possuem falhas quanto à previsão da variável de interesse. Por exemplo, em situações de mudanças repentinas ou *crashes*. Uma possível solução é utilizar modelos baseados em agentes computacionais. Tesfatsion (2006) apresenta alguns artigos que adotam essa metodologia em diferentes áreas do conhecimento como Finanças, Ecologia, Marketing, Política, entre outras. Tais modelos pretendem replicar o comportamento humano a partir da interação entre agentes autônomos, não se restringindo apenas a dados passados. O termo “agente” se refere a uma coleção de dados e métodos comportamentais representando um todo constituído por partes. Alguns exemplos de agentes são: indivíduos, grupos sociais, entidades biológicas (colônias) e entidades físicas. O modelo consiste em uma condição inicial, especificada pelo programador, e os eventos computacionais evoluem através da repetida interação entre seus agentes e do aprendizado proveniente dessas interações. Tesfatsion (2003) discute os objetivos e as características dessa metodologia. Boer (2004) descreve como modelar e fazer previsão de séries temporais utilizando a abordagem tradicional de econometria. Entretanto, conforme mostra Cameron (2000) e Fadlalla (2001), existem abordagens alternativas (como de redes neurais) que em determinadas circunstâncias apresentam resultados superiores, em termos de previsão, do que os modelos econométricos.

Em seu artigo, Farmer (2009) defende a utilização de modelos baseados em agentes. Ele aponta duas falhas a que estão sujeitos os modelos tradicionais: o modelo estatístico é ajustado para dados passados e apresenta resultados ruins em ambientes com grandes mudanças e o modelo assume um mundo perfeito (*dynamic stochastic general equilibrium*). Ou seja, esses modelos supõem um “mundo ideal” para ter um bom tratamento matemático. Por sua vez, os modelos baseados em agentes computacionais simulam o comportamento dos agentes e das instituições através da interação de regras estabelecidas. O processo depende de variáveis que se relacionam mediante uma lógica pré-estabelecida pelo programador. O maior problema neste caso é especificar as regras que definem tais comportamentos.

A utilização de modelos baseados em agentes computacionais como ferramenta para analisar a Economia não é novidade. Chen (2008) estuda o mercado financeiro utilizando essa abordagem, que permite um comportamento adaptativo dos agentes. O resultado encontrado

pelos autores contradiz a suposição tradicional de que os agentes são racionais ao mostrar que existe preferência pelo risco. Entretanto, Sandroni (2000) utiliza outra metodologia e conclui, sob certas condições, que os preços das ações convergem para os preços de equilíbrio com agentes racionais. Outros autores, como Hommes (2006) e Chen (2001), também contrapõem a abordagem tradicional utilizando modelos baseados em agentes com aplicações no mercado financeiro. Bouchard (2008) defende a utilização de abordagens alternativas que não necessitem das suposições clássicas da Economia. O autor entende que tais suposições são muito restritivas, como a racionalidade dos agentes econômicos e a eficiência de mercado. Ele conclui que a Economia deveria incorporar a metodologia das ciências naturais. Ou seja, se as observações empíricas são incompatíveis com o modelo que está sendo testado, ele deve ser alterado.

Não é novidade também a multidisciplinaridade do conhecimento. Uma área atualmente em ascensão é a Econofísica, que visa explicar os mecanismos econômicos a partir de uma metodologia proveniente da Física. Samanidou (2007) utiliza uma abordagem com origem na Física para concluir que, a partir de similaridades observadas no comportamento dos agentes, uma consequência natural é emergir um sistema de multi-agentes para o comportamento do mercado financeiro. Deng (2008) utiliza Física Estatística para construir um modelo financeiro que descreve flutuações no preço das ações no mercado. Sob algumas condições específicas, o resultado converge para o modelo de Black-Scholes, amplamente utilizado em finanças e desenvolvido por Black e Scholes (1973).

Peters (1989) utiliza a teoria do Caos para explicar a volatilidade nos preços de ações. Os autores mostram que o sentimento do investidor (a sua interpretação dos eventos) não se reflete imediatamente nos preços, contradizendo a hipótese de eficiência de mercado. Ausloos (2000) também conclui que a tradicional hipótese de eficiência de mercado não se verifica empiricamente. Entretanto, ele parte de uma abordagem teórica proveniente da Química ao utilizar a Teoria Cinética dos Gases para modelar o preço das ações. Be Bondt (1985) também conclui que existe uma violação da hipótese de eficiência de mercado, entretanto, os autores se baseiam na psicologia ao mostrar que a maioria das pessoas *overreact* a eventos ruins e inesperados. McSharry (2009) explora a ligação entre Economia e Biologia. Os autores defendem que os modelos econômicos devem refletir a natureza do comportamento humano.

Em Bagley (1992), os autores estudam um modelo baseado em agentes proveniente da análise química. O modelo consiste de um conjunto de equações diferenciais ordinárias que

descreve como se dá a reação entre os polímeros A e B, na presença de um catalisador, formando um polímero C (hidrolisado). Shone (2002) descreve de maneira ampla essa classe de modelos baseados em equações diferenciais ordinárias (Sistemas Dinâmicos). Esse tipo de modelo não é novidade na área econômica. Podemos citar o modelo IS-LM contínuo da macroeconomia proposto por Hicks (1937) e a curva de Phillips, versão proposta por Samuelson (1960).

Caetano (2010) propõe uma aplicação para os modelos baseados em agentes computacionais no mercado financeiro. O modelo químico descrito acima pode ser adaptado para o mercado financeiro da seguinte forma: os polímeros são índices de ações de três bolsas de valores distintas. O catalisador, que acelera o processo de reação, é o *insight* sobre alguma notícia importante de A e B. Por sua vez, C é um terceiro mercado financeiro que é influenciado por A e B, sendo as informações o “canal de contágio”. Ou seja, A e B têm um comportamento (altas ou baixas do índice das bolsas de valores dos países) que influencia e repercute em um comportamento na terceira bolsa de valores, C, através da informação. O modelo pode ser testado para diversas combinações de bolsas de valores. As bolsas A, B e C devem ser escolhidas cuidadosamente obedecendo essa relação de comportamento, o que significa que A e B têm que ser relevantes o suficiente para influenciar C. Em outro artigo, Caetano (2011) propõe algumas modificações no modelo de Farmer (1992) e, utilizando essa metodologia, estuda o risco sistêmico no mercado financeiro.

O objetivo deste trabalho é utilizar o modelo evolucionista de química proposto por Bagley (1992) e Caetano (2011) para estudar o mercado financeiro de ações. É de interesse analisar como o modelo se comporta ao fazer previsões em momentos de crise (como a de 2008). A motivação é, além de integrar áreas do conhecimento como Economia, Matemática, Finanças, Computação e Lógica, utilizar justificativas econômicas para os resultados encontrados. Em Alvarez-Ramirez (2001), os autores fazem um estudo semelhante ao analisar o mercado de ações a partir de um modelo dinâmico proveniente da Física que consiste em um sistema de equações diferenciais.

A justificativa para o trabalho é explorar a interdisciplinaridade entre a Economia e os modelos baseados em agentes computacionais. Para isso, é interessante utilizar um ferramental tanto matemático quanto computacional (para resolver sistemas de equações diferenciais ordinárias) e fazer analogias entre o modelo da química e o ambiente do mercado

financeiro. A importância e o impacto desta ligação é melhorar a previsão comparativamente aos modelos econométricos tradicionais, como mostra Chen (2003) para o mercado de ações.

## Capítulo 2. O modelo dinâmico

### 2.1 Metodologia

A metodologia utilizada para realizar o estudo proposto é a resolução de sistemas de equações diferenciais ordinárias utilizando métodos numéricos encontrados em Cullen (2010). O modelo estudado tem origem na Química e descreve como se dá a reação entre dois elementos (A e B) gerando um terceiro (C) na presença de catalisador.

Neste trabalho, utilizamos um modelo conforme o de Bagley (1992). Considerando a reação:



em que “A”, “B” e “C” são os polímeros conforme foram descritos anteriormente, “E” é o catalisador e “H” representa a água. A equação cinética para C pode ser aproximada por:

$$\dot{C} = (1 + \nu E)(\kappa_f AB - \kappa_r HC), \quad (2)$$

em que  $\dot{C}$  representa a derivada de C com relação ao tempo,  $\nu$  representa a eficiência do catalisador,  $\kappa_f$  é a taxa constante da reação de “ida” ( $A + B \rightarrow C + H$ ) e  $\kappa_r$  a taxa constante da reação de “volta” ( $C + H \rightarrow A + B$ ).

A presença da água, nas equações (1) e (2) indica que o polímero C encontra-se na forma hidrolisada. Ou seja, a água não faz parte da reação e não representa um polímero que está sendo formado, portanto foi desconsiderado neste trabalho. Sendo assim, podemos reescrever a equação (2) da seguinte maneira:

$$\dot{C} = (1 + \nu E)(\kappa_f AB - \kappa_r C) \quad (3)$$

Equações similares se aplicam para A e B. Desta forma, tem-se o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{cases} \dot{A} = (1 + \nu E)(\kappa_f C - \kappa_r A) \\ \dot{B} = (1 + \nu E)(\kappa_f C - \kappa_r B) \\ \dot{C} = (1 + \nu E)(\kappa_f AB - \kappa_r C) \end{cases} \quad (4)$$

Os parâmetros são:  $\gamma = (1 + \nu E)$ ,  $\kappa_f$  e  $\kappa_r$ .

Caetano (2011) propõe a seguinte modificação para o modelo de Bagley (1992), que modela a reação química descrita em (1).

$$\begin{cases} \dot{A} = a_1(a_3 C - a_2 A) \\ \dot{B} = a_1(a_5 C - a_4 B) \\ \dot{C} = a_6 AB - a_3 B + a_1 a_2 A + a_1 a_4 B \end{cases} \quad (5)$$

em que  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$ ,  $a_5$  e  $a_6$  são parâmetros constantes. Assim como  $\gamma$ ,  $a_1$  representa o catalisador. É importante ressaltar que, diferentemente do sistema (4), neste modelo a formação do composto C não tem nenhum termo dependente de si mesmo. Ou seja, a taxa de formação de C só depende da concentração dos polímeros A e B separadamente ( $a_3 B$ ,  $a_1 a_2 A$  e  $a_1 a_4 B$ ) e da interação entre eles ( $a_6 AB$ ).

A metodologia adotada para a identificação dos parâmetros foi a de ajustar o modelo aos dados reais de maneira ótima, minimizando a função erro:

$$erro = \sum_{i=0}^n (y_{ajuste,i} - y_{real,i})^2, \quad (6)$$

em que  $y_{ajuste}$  é o valor da variável de interesse de acordo com o modelo e  $y_{real}$  é o valor dessa mesma variável na realidade, ambas no tempo  $i$ , e  $n$  é o tamanho da base de dados. A variável de interesse é o valor do índice de determinada bolsa de valores a cada dia.

A técnica utilizada para solucionar o sistema de equações diferenciais descrito em (4) e (5) é resolução numérica por métodos iterativos. De acordo com DeVries (2010), o método de integração mais simples, porém fraco, para resolver sistemas dinâmicos (sistemas de equação diferenciais) é o de Euler.

O método de Euler consiste em um método de integração numérica para resolução de equações diferenciais baseando-se em aproximações da função por sua reta tangente em determinados intervalos de tempo. Esse método pode ser expresso pela seguinte equação:

$$y_{n+1} = y_n + f(t_n, y_n)(t_{n+1} - t_n) \quad (7)$$

em que  $n = 0, 1, 2, \dots$  e  $f(t_n, y_n)$  é a equação diferencial a ser resolvida. O termo  $(t_{n+1} - t_n)$  corresponde ao tamanho do passo de integração. Quanto maior o passo, pior é a aproximação pela reta tangente. Além disso, à medida que o tempo transcorre, o erro de cada passo de integração se acumula.

Como vimos, o método de Euler calcula a derivada no início de cada intervalo. O método de Runge-Kutta de quarta ordem pode ser considerado um refinamento do método de Euler. Ele utiliza a média ponderada das inclinações no intervalo. Este método por ser expresso pela seguinte equação:

$$y_{n+1} = y_n + h \left( \frac{k_{n1} + 2k_{n2} + 2k_{n3} + k_{n4}}{6} \right) \quad (8)$$

em que  $h$  é o tamanho do passo e:

$$\begin{cases} k_{n1} = f(t_n, y_n) \\ k_{n2} = f(t_n + 0.5h, y_n + 0.5hk_{n1}) \\ k_{n3} = f(t_n + 0.5h, y_n + 0.5hk_{n2}) \\ k_{n4} = f(t_n + h, y_n + hk_{n3}) \end{cases} \quad (9)$$

Neste trabalho utilizamos o método de Runge-Kutta de quarta ordem com passo variável, pois apresenta resultados mais robustos em termos de convergência e acurácia. A vantagem do passo adaptativo em contraposição ao passo fixo é que nesse o passo varia com o erro estimado, garantindo maior precisão e eficiência computacional.

Trevisan (2009) também estudou o mercado financeiro a partir de um modelo dinâmico evolucionista. O modelo utilizado por ele é o de presa-predador (originalmente proposto por Lotka e Volterra) considerado por Boyce (2001). A semelhança é que o autor também utiliza o método de Runge-Kutta de quarta ordem programado em Matlab. O trabalho de Amato (2010) também aponta Runge-Kutta de quarta ordem como o mais adequado.

Entretanto, métodos do tipo Runge-Kutta só podem solucionar equações diferenciais de primeira ordem. Porém, sempre é possível transformar uma equação diferencial de ordem “ $n$ ” em um sistema de “ $n$ ” equações diferenciais de primeira ordem utilizando mudança de variáveis conforme mostra Apostol (2010). Para transformar uma equação arbitrária de ordem “ $n$ ”:

$$y^{(n)} = F(t, y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(n-1)}) \quad (10)$$

em que  $y^{(n)}$  representa a n-ésima derivada com relação ao tempo, definimos as seguintes variáveis:

$$\begin{cases} x_1 = y \\ x_2 = y^{(1)} \\ \dots \\ x_n = y^{(n-1)} \end{cases} . \quad (11)$$

Segue que:

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = x_2 \\ x_2^{(1)} = x_3 \\ \dots \\ x_{n-1}^{(1)} = x_n \end{cases} , \quad (12)$$

ou seja,

$$x_n^{(1)} = F_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (13)$$

No caso mais geral, temos:

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = F_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ x_2^{(1)} = F_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dots \\ x_n^{(1)} = F_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{cases} \quad (14)$$

É importante estudar também a estabilidade do sistema. Klein (2001) mostra como analisar a estabilidade de sistemas lineares utilizando auto-valores. Caso o sistema de interesse não seja linear, é necessário linearizá-lo antes.

Um sistema não linear do tipo  $X' = dX/dt = F(X)$  pode ser aproximado em torno do ponto crítico  $X^*$  pela sua expansão em série de Taylor considerando apenas o termos de primeira ordem:

$$X' \sim X^* + F'(X^*)(X - X^*) , \quad (15)$$

onde

$$F(X^*) = J = \begin{pmatrix} f_{1x}(x^*, y^*) & f_{1y}(x^*, y^*) \\ f_{2x}(x^*, y^*) & f_{2y}(x^*, y^*) \end{pmatrix} . \quad (16)$$

A técnica escolhida para minimizar a função (6) foi utilizar a função *fminsearch* do Matlab. Esta é uma ferramenta de otimização que encontra o valor mínimo de uma função. Neste trabalho os parâmetros foram estimados de forma ótima utilizando a função anterior implementada em Matlab.

A função *fminsearch* do Matlab utiliza o método desenvolvido por Nelder-Mead (1965), conforme descrito em Lagarias (1998), para encontrar o mínimo da função de interesse. Para duas variáveis o método apresenta um padrão de busca que compara valores de função em três vértices de um triângulo. O pior vértice (ou seja, o maior) é rejeitado e substituído por um novo. A repetição desse processo gera triângulos com valores da função cada vez menores nos vértices.

Depois de identificados os parâmetros do modelo para 3 bolsas de valores, foi utilizada metodologia do VaR (*Value-at-Risk*) para análise de risco a partir de simulações do modelo. Conforme descrito por Hull (2005), o VaR é uma medida estatística usada para medir o risco de mercado de uma carteira. É uma metodologia que permite estimar qual a perda máxima que uma carteira pode ter levando-se em consideração um determinado período de tempo, um nível específico de confiança estatístico e uma dada distribuição de probabilidade para o retorno dessa mesma carteira. Em Taylor (2005) os autores utilizam essa metodologia para fazer previsões para a volatilidade.

A programação foi feita em Matlab (Hunt, 2006) e VBA - Visual Basic for Application (Syrtad, 2004). A programação em Excel (Middleton, 2004) em alguns casos não é a mais adequada, pois o código algumas vezes fica extenso e com o tempo de processamento elevado. Enquanto isso, o Matlab possui ferramentas próprias (*toolboxes*) para programação de métodos numéricos, como a função *ode45*, que resolve um sistema de equações diferenciais a partir do método de Runge-Kutta de quarta ordem. Foi utilizado também o software Eviews (Vogelvang, 2005) para construir o Box-plot do índice normalizado para algumas bolsas de valores.

## 2.2 Base de dados

A base de dados utilizada neste trabalho foi obtida através do terminal Bloomberg. Os seguintes índices de bolsas de valores foram escolhidos: DAX (Alemanha), Ibovespa (Brasil),

Nikkei (Japão), FTSE100 (Londres), Hang-Seng (Hong-Kong), S&P500 (EUA), Dow Jones (EUA) e SSE50 (China). A justificativa para tal escolha é que esses países são relevantes e de grande importância no mercado financeiro mundial. O dado de interesse consiste no valor de fechamento diário dos índices de bolsas de valores para o período compreendido entre 15/09/2007 e 15/09/2010.

Antes de iniciar o trabalho foi necessário realizar um ajuste na base de dados. Como os países possuem feriados nacionais diferentes, foi necessário excluir da base de dados os dias que não eram úteis em todos os países. Assim, os dias ficaram “casados” para que pudessem ser analisados. Com este objetivo, foi feito um programa em VBA para gerar a base de dados (Apêndice 1). O programa permite ao usuário escolher 3 séries previamente exportadas do Bloomberg para o Excel e então é feito o ajuste dos dias úteis. Ou seja, o programa exclui das 3 séries todos os dias que não forem úteis nos países selecionados. Além de poupar tempo, o programa permite a composição de diferentes conjuntos de 3 séries ajustadas.

Escolhemos as seguintes bolsas de valores para prosseguir o trabalho: Hang-Seng, Dow Jones e Ibovespa. Definimos Hong-Kong como o elemento A, EUA como B e o Brasil, C relativamente ao sistema de equações (4) e (5). Ou seja, movimentos nas duas primeiras bolsas de valores, respectivamente, são capazes de influenciar a dinâmica do mercado financeiro no Brasil. O contrário também pode ser observado, mas em uma intensidade menor.

## Capítulo 3. Identificação do modelo

### 3.1 O processo de identificação

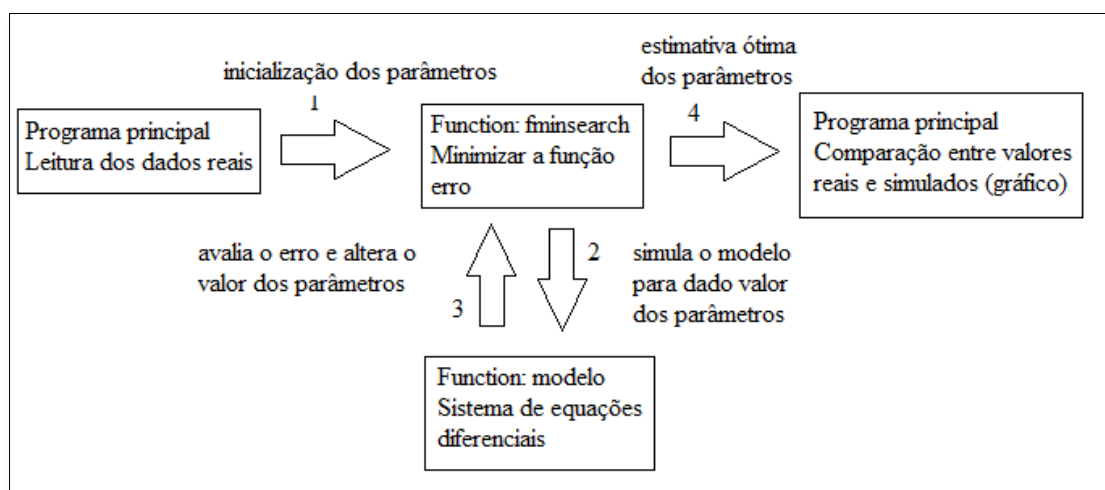
Inicialmente consideramos os modelos (4) e (5) para ajustar aos dados reais. As 3 séries foram normalizadas dividindo cada uma delas por seu respectivo máximo. Podemos reescrever o modelo, descrito pelo sistema de equações diferenciais (4) e (5), em termos das bolsas de valores escolhidas: A - Hang-Seng (Hong-Kong), B - Dow Jones (EUA) e C - Ibovespa (Brasil).

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \gamma(\kappa_f y_3 - \kappa_r y_1) \\ \dot{y}_2 = \gamma(\kappa_f y_3 - \kappa_r y_2) \\ \dot{y}_3 = \gamma(\kappa_f y_1 y_2 - \kappa_r y_3) \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = a_1(a_3 y_3 - a_2 y_1) \\ \dot{y}_2 = a_1(a_5 y_3 - a_4 y_2) \\ \dot{y}_3 = a_6 y_1 y_2 - a_3 y_2 + a_1 a_2 y_1 + a_1 a_4 y_2 \end{cases} \quad (18)$$

em que  $y_1$  representa o índice Hang-Seng,  $y_2$  o índice Dow Jones e  $y_3$  o índice Ibovespa.

A identificação dos parâmetros do modelo (17) e (18) foi realizada utilizando a ferramenta *fminsearch* do Matlab. O programa desenvolvido (Apêndices 2 e 3) utiliza como condição inicial os valores iniciais da base de dados reais. O programa, esquematizado na Figura 1, resolve diversas vezes o sistema de equações diferenciais do modelo utilizando o método de Runge-Kutta de quarta ordem (função *ode45* do Matlab) até que seja atendida a precisão desejada. Em cada iteração o programa aprimora os valores dos parâmetros com o objetivo de minimizar a função erro, descrita pela equação (6) usando o método de Nelder-Mead. Utilizamos diferentes cenários como valores iniciais para os parâmetros e encontramos o resultado descrito nas Tabelas 1 e 2 para os quais os parâmetros convergiram.



**Figura 1:** Esquema do programa (Apêndices 2 e 3) que estima os parâmetros dos modelos (17) e (18).

O algoritmo pode ser descrito nos seguintes passos:

- (1) inicializar os parâmetros  $(a_1, \dots, a_6)$  com um valor aleatório (entre zero e um).
- (2) resolver o sistema de equações diferenciais (equação (17) e (18)) utilizando o método de Runge-Kutte (função *ode45*).
- (3) substituir na função de erro (equação (6)).
- (4) se a acurácia pretendida foi atingida, então os parâmetros foram estimados de maneira ótima, caso contrário, são utilizados novos valores para os parâmetros e o programa volta para o passo (2).

**Tabela 1:** Parâmetros estimados para o modelo descrito pelo sistema de equações (17).

$\gamma$	0.0113
$\kappa_r$	0.1375
$\kappa_f$	0.1489

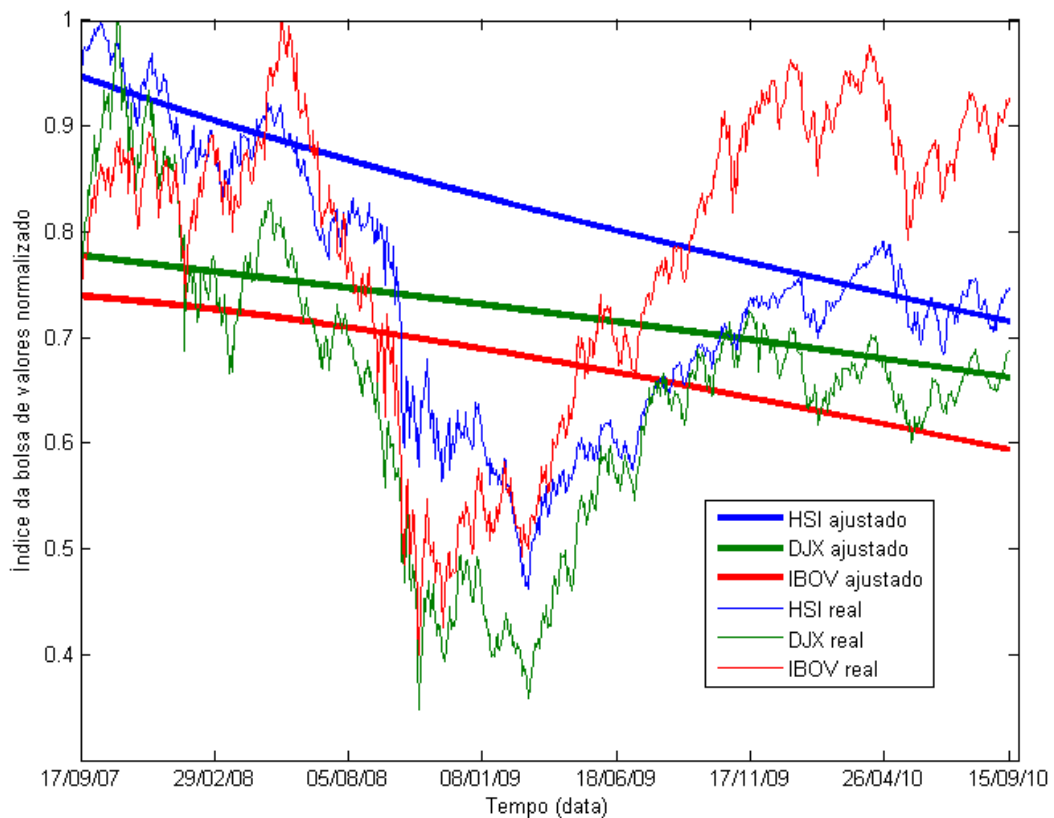
**Tabela 2:** Parâmetros estimados para o modelo descrito pelo sistema de equações (18).

$a_1$	0.9332
$a_2$	0.0113
$a_3$	0.0104
$a_4$	0.0036
$a_5$	0.0027
$a_6$	-0.0061

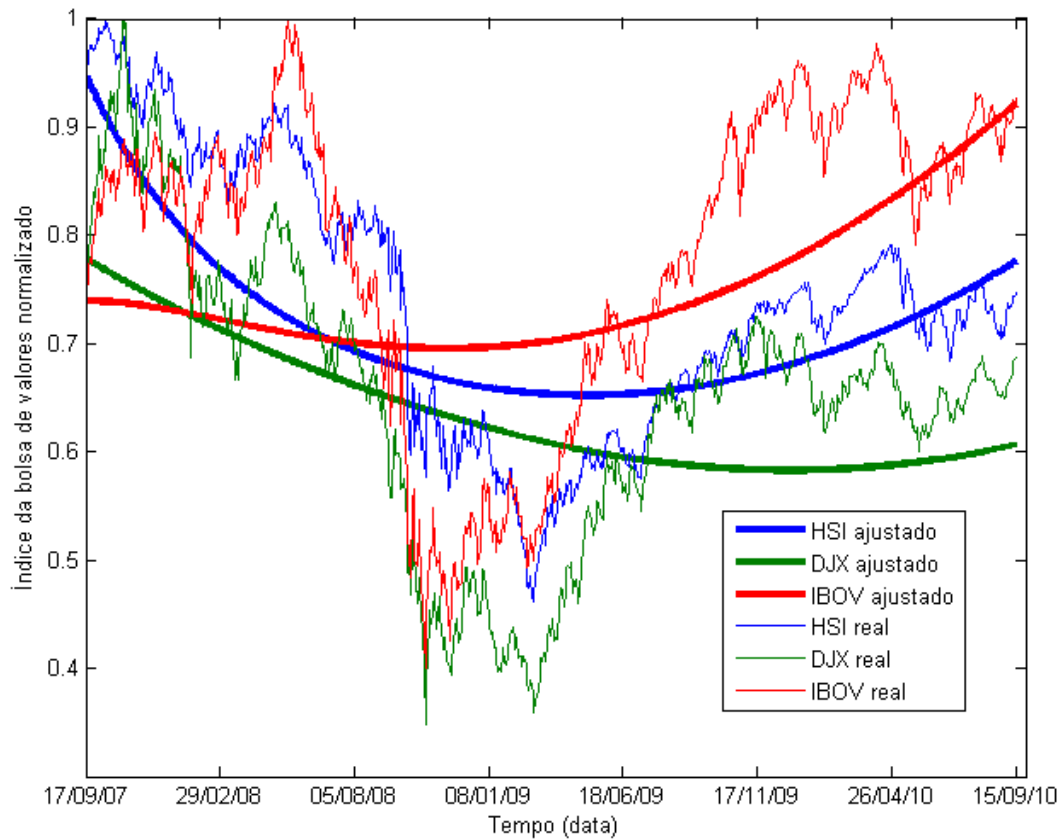
A analogia do modelo (18) com o mercado financeiro nos fornece interpretações para os parâmetros estimados na Tabela 2. A interação entre Dow Jones e Hang Seng afeta

negativamente a taxa de crescimento do Ibovespa, pois o sinal de  $a_6$  é negativo. O investimento que sai do Dow Jones e do Hang Seng para o Ibovespa está sendo representado pelos termos  $a_1a_2y_1$  e  $a_1a_4y_2$ , respectivamente. A contrapartida são os termos  $a_3y_3$  e  $a_5y_3$  que capturam os investimentos que saem do Brasil em direção aos EUA e China, respectivamente. Por fim, o termo  $-a_3y_2$  é negativo e indica que quando o Dow-Jones perde valor o Ibovespa é afetado negativamente.

Depois de estimados os parâmetros, simulamos o modelo utilizando o método de Runge-Kutta de quarta ordem. O resultado obtido encontra-se nas Figuras 2 e 3.



**Figura 2:** Modelo estimado conforme o sistema de equações diferenciais (17) e dados reais.



**Figura 3:** Modelo estimado conforme o sistema de equações diferenciais (18).

O resultado das simulações mostra que o ajuste do modelo (18) se mostrou mais adequado do que o do modelo (17), pois o primeiro conseguiu reproduzir melhor a tendência dos dados reais. Por este motivo, prosseguimos o trabalho considerando somente o modelo (18).

Os dados reais mostram claramente uma queda em todas as bolsas de valores por volta de agosto de 2008. Nesse período, uma forte crise financeira começou nos EUA e atingiu escala global, afetando fortemente toda a economia mundial.

### 3.2 Estabilidade da Solução

Para linearizar o sistema (18) é necessário encontrar o ponto de equilíbrio e sua matriz Jacobiana. O ponto equilíbrio foi calculado igualando as derivadas a zero. As coordenadas do o ponto equilíbrio encontram-se na Tabela 3. A Jacobiana, conforme calculada em (9), é a matriz com as derivadas parciais de primeira ordem das funções.

**Tabela 3:** Ponto de equilíbrio.

$y_1^*$	0.9672
$y_2^*$	0.7882
$y_3^*$	0

$$J = \begin{pmatrix} f_{1y_1}(y_1^*, y_2^*, y_3^*) & f_{1y_2}(y_1^*, y_2^*, y_3^*) & f_{1y_3}(y_1^*, y_2^*, y_3^*) \\ f_{2y_1}(y_1^*, y_2^*, y_3^*) & f_{2y_2}(y_1^*, y_2^*, y_3^*) & f_{2y_3}(y_1^*, y_2^*, y_3^*) \\ f_{3y_1}(y_1^*, y_2^*, y_3^*) & f_{3y_2}(y_1^*, y_2^*, y_3^*) & f_{3y_3}(y_1^*, y_2^*, y_3^*) \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$J = \begin{pmatrix} -a_1 a_2 & 0 & a_1 a_3 \\ 0 & -a_1 a_4 & a_1 a_5 \\ a_1 a_2 + a_6 y_2^* & a_6 y_1^* + a_1 a_4 - a_3 & 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

Substituindo os valores da Tabela (3) em (19), podemos aproximar o sistema (18) pelo (21) em torno do ponto de equilíbrio.

$$\begin{cases} \Delta \dot{y}_1 = -0.0105 \Delta y_1 + 0.0097 \Delta y_3 \\ \Delta \dot{y}_2 = -0.0034 \Delta y_2 + 0.0025 \Delta y_3 \\ \Delta \dot{y}_3 = 0.0057 \Delta y_1 + 0.9205 \Delta y_2 + 0.7311 \end{cases}, \quad (21)$$

em que  $\Delta y_i = y_i - y_i^*$ .

Os auto-valores da matriz J estão na Tabela 4. Caso todos os auto-valores fossem negativos, então o sistema poderia ser considerado estável em torno do ponto de equilíbrio. Como esta condição não foi verificada, o sistema é instável em torno do ponto de equilíbrio.

**Tabela 4:** Auto-valores de J.

$\lambda_1$	0.0470
$\lambda_2$	-0.0104
$\lambda_3$	-0.0505

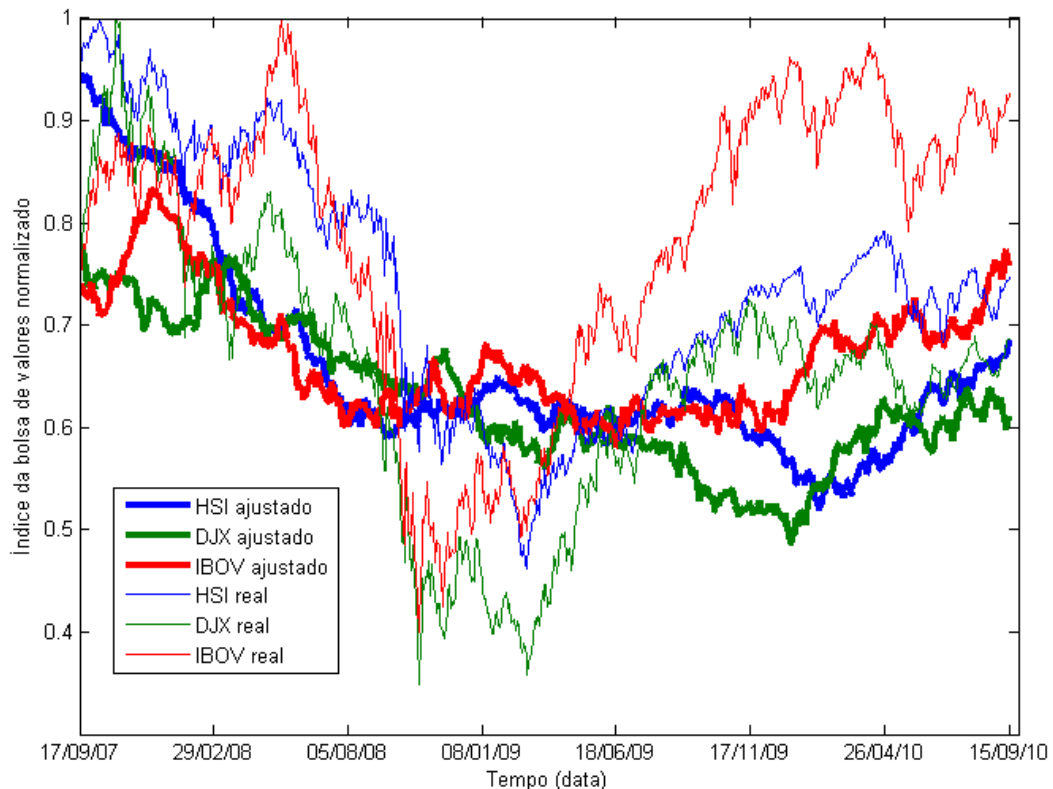
### 3.3 Simulação Computacional - Cenários

Depois de estimada a tendência dos dados conforme a Figura 3, prosseguimos incorporando ao modelo um ruído aleatório com a finalidade de aproximar o modelo à realidade das flutuações diárias observadas nas bolsas de valores. Incluímos a variável  $\omega$ , definida como um ruído de distribuição normal, média zero e desvio padrão 1. Multiplicamos  $\omega$  por 10% do desvio padrão de cada série (Tabela 5) como melhor forma de ajuste. O modelo passa a ser definido pelo sistema de equações diferenciais (22). A Figura 4 ilustra os dados simulados e reais para o modelo (22).

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = a_1(a_3y_3 - a_2y_1) + 0.1\omega\sigma_1 \\ \dot{y}_2 = a_1(a_5y_3 - a_4y_2) + 0.1\omega\sigma_2 \\ \dot{y}_3 = a_6y_1y_2 - a_3y_2 + a_1a_2y_1 + a_1a_4y_2 + 0.1\omega\sigma_3 \end{cases} \quad (22)$$

**Tabela 5:** Desvio padrão dos dados reais para as séries: Hang-Seng, Dow Jones e Ibovespa, respectivamente.

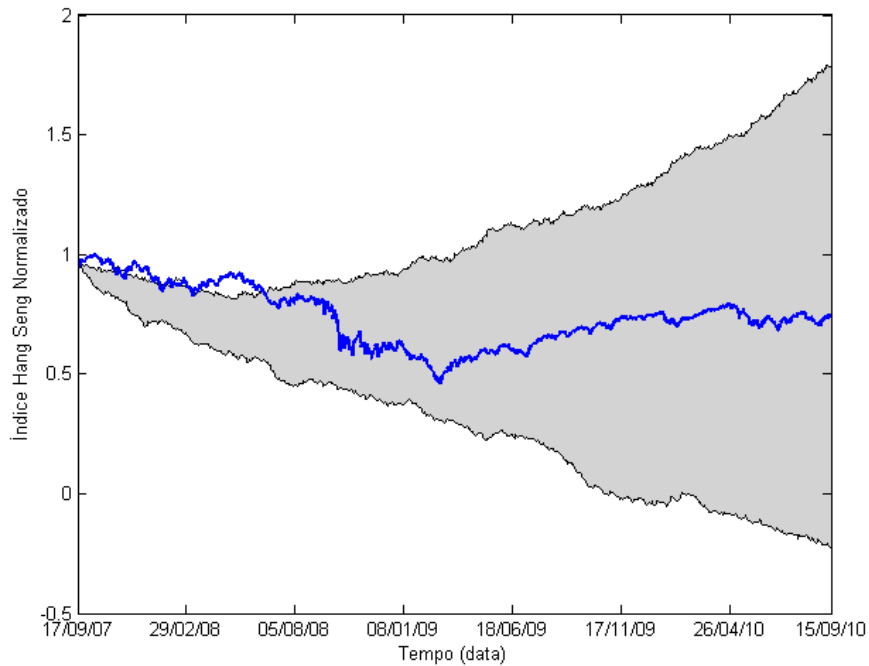
$\sigma_1$	0.1330
$\sigma_2$	0.1332
$\sigma_3$	0.1437



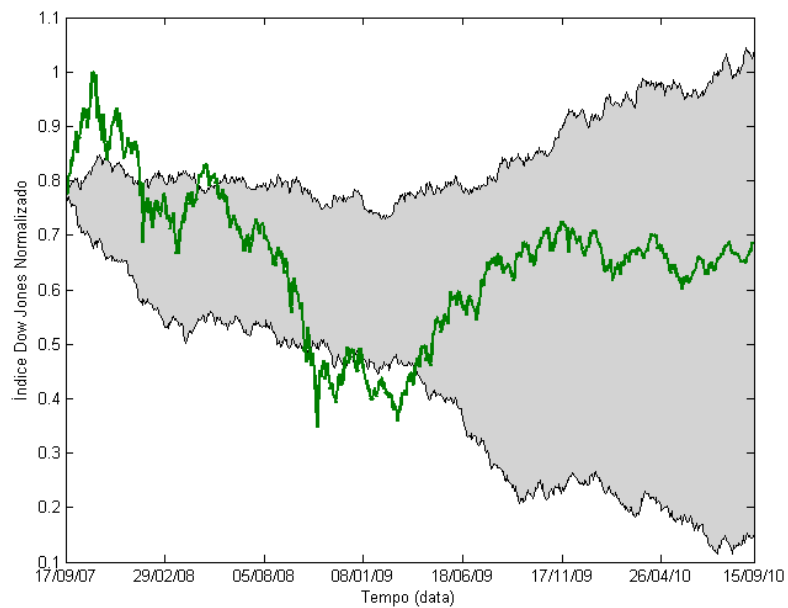
**Figura 4:** Modelo estimado conforme o sistema de equações diferenciais (19).

Como a simulação do Monte Carlo fornece variabilidade nos resultados, fez-se necessária a criação de um envelope de solução. O programa no Apêndice 4 simula o modelo

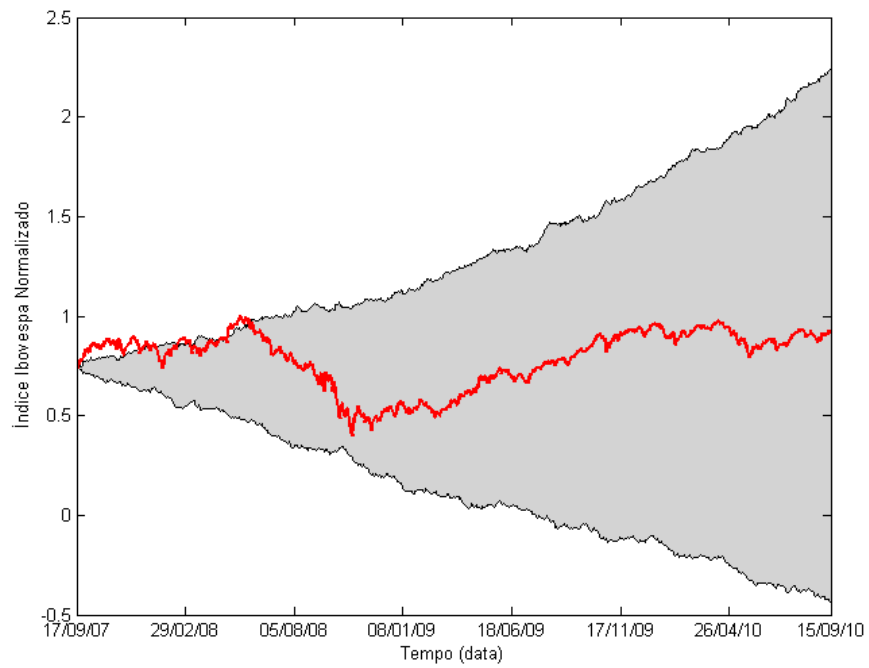
com ruído e o programa no Apêndice 5 simula 50 vezes o modelo (22) e guarda para cada dia o valor máximo e mínimo de todas as simulações. Sendo assim, as Figuras 5, 6 e 7 apresentam o envelope de solução para as 3 bolsas de valores.



**Figura 5:** Envelope de 50 simulações do modelo (22) para o índice Hang-Seng.



**Figura 6:** Envelope de 50 simulações do modelo (22) para o índice Dow Jones.



**Figura 7:** Envelope de 50 simulações do modelo (22) para o índice Ibovespa.

## Capítulo 4. Intervenção Externa nos modelos dinâmicos

### 4.1 Controle de crises

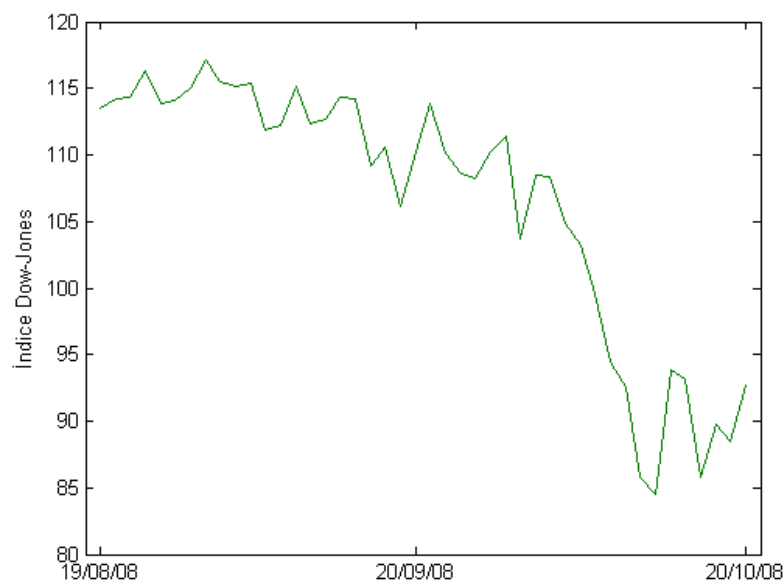
Com base no modelo estimado foi possível avaliar o impacto de algumas medidas macroeconômicas no mercado. Simulamos o comportamento do mercado financeiro em consequência de uma intervenção externa como forma de minimizar crises financeiras. Neste trabalho, consideramos uma intervenção do FED (*Federal Reserve*, Banco Central norte americano) na economia dos EUA. Em momentos de queda na bolsa de valores, o FED injeta dinheiro na economia. Na prática, o intervencionismo pode ocorrer de formas distintas. Podemos citar alguns exemplos de medidas adotadas pelos Estados Unidos durante a crise de 2008. O primeiro pacote para combater a crise financeira aprovado durante a presidência de George W. Bush em 20 de setembro deste ano (Presse, 2008) injetou cerca de US\$ 700 bilhões na economia. Com o dinheiro, o governo norte-americano ajudou instituições financeiras com problemas comprando papéis “podres” em troca de ações das empresas. Como no ano de 2008 o PIB dos EUA foi de US\$ 14.369 bilhões, o pacote para conter a crise correspondeu a aproximadamente 5% do PIB do país.

Em 5 de fevereiro de 2009 (Presse, 2009) foi anunciado mais um pacote, agora pelo presidente Barack Obama, que injetou na economia cerca de US\$ 800 bilhões. Naquele momento, o dinheiro foi utilizado para cortar impostos, providenciar benefícios fiscais, melhoras em saúde, educação e infra-estrutura. Esse pacote também correspondeu a aproximadamente 5% do PIB.

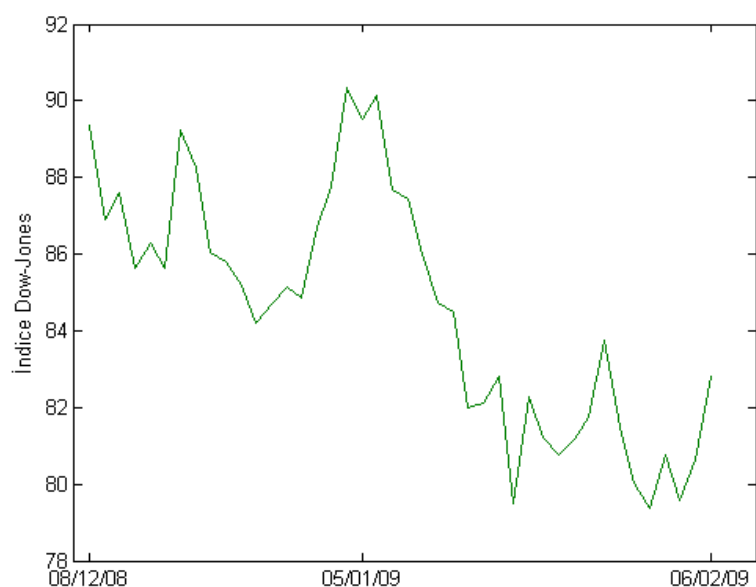
Em 10 de agosto (Isidore, 2010) e 3 de novembro de 2010 (Censky, 2010), o FED anunciou mais duas medidas para injetar dinheiro na economia visando manter a recuperação do PIB, que vinha diminuindo. Nos dois casos, ele anunciou que realizaria a política monetária conhecida como *Quantitative Easing* (QE). Essa medida visa aumentar a oferta monetária em um contexto de taxa de juros praticamente iguais a zero. Na prática, o governo imprime moeda e compra ativos financeiros como títulos do governo ou *mortgage backed securities*, por exemplo. O primeiro QE injetou na economia cerca de US\$ 1.750 bilhões e o segundo, US\$ 600 bilhões. Como o PIB dos EUA no ano de 2010 foi de aproximadamente

US\$ 14.657 bilhões, os pacotes corresponderam a cerca de 11% e 4% do PIB, respectivamente.

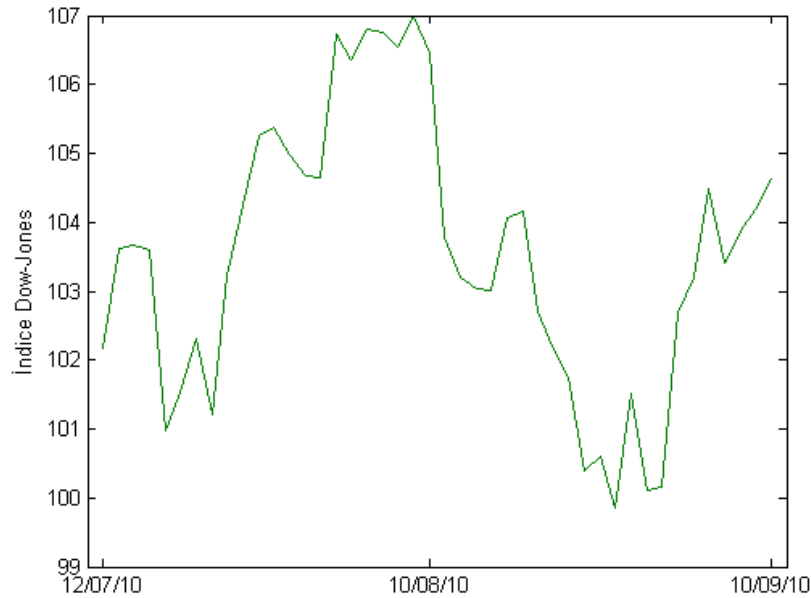
As Figuras 8, 9 e 10 ilustram como a bolsa de valores norte-americana reagiu às notícias citadas que compreendem o período de estudo deste trabalho. Nos 3 casos o Dow-Jones caiu no dia seguinte que o pacote foi anunciado.



**Figura 8:** Resposta do índice Dow-Jones ao pacote anunciado em 20 de setembro de 2008 pelo presidente Bush.



**Figura 9:** Resposta do índice Dow-Jones ao pacote anunciado em 5 de janeiro de 2009 pelo presidente Obama.



**Figura 10:** Resposta do índice Dow-Jones ao *Quantitative Easing* anunciado em 10 de agosto de 2010.

## 4.2 Formas de intervenção

No modelo, consideramos a seguinte situação: caso a retorno médio pelo Dow Jones em 3 dias consecutivos seja menor do que -10%, então o FED intervem na economia de maneira que o índice da bolsa de valores aumente em 10%. Das Figuras 8, 9 e 10 temos que o retorno acumulado pelo índice Dow-Jones nos dias seguintes às notícias até que o retorno voltasse a ser positivo foi de -6%, -11% e -5%, respectivamente. Neste trabalho adotamos a hipótese do FED ter atuado de maneira indireta provocar a recuperação de 10%.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Se } \frac{1}{3} \left[ \frac{y_2(t-1) - y_2(t-2)}{y_2(t-2)} + \frac{y_2(t-2) - y_2(t-3)}{y_2(t-3)} + \frac{y_2(t-3) - y_2(t-4)}{y_2(t-4)} \right] < -0.10 \text{ então } y_2(t) = 1.1y_2(t-1) \\ \text{caso contrário } y_2(t) = y_2(t-1) \end{array} \right. \quad (23)$$

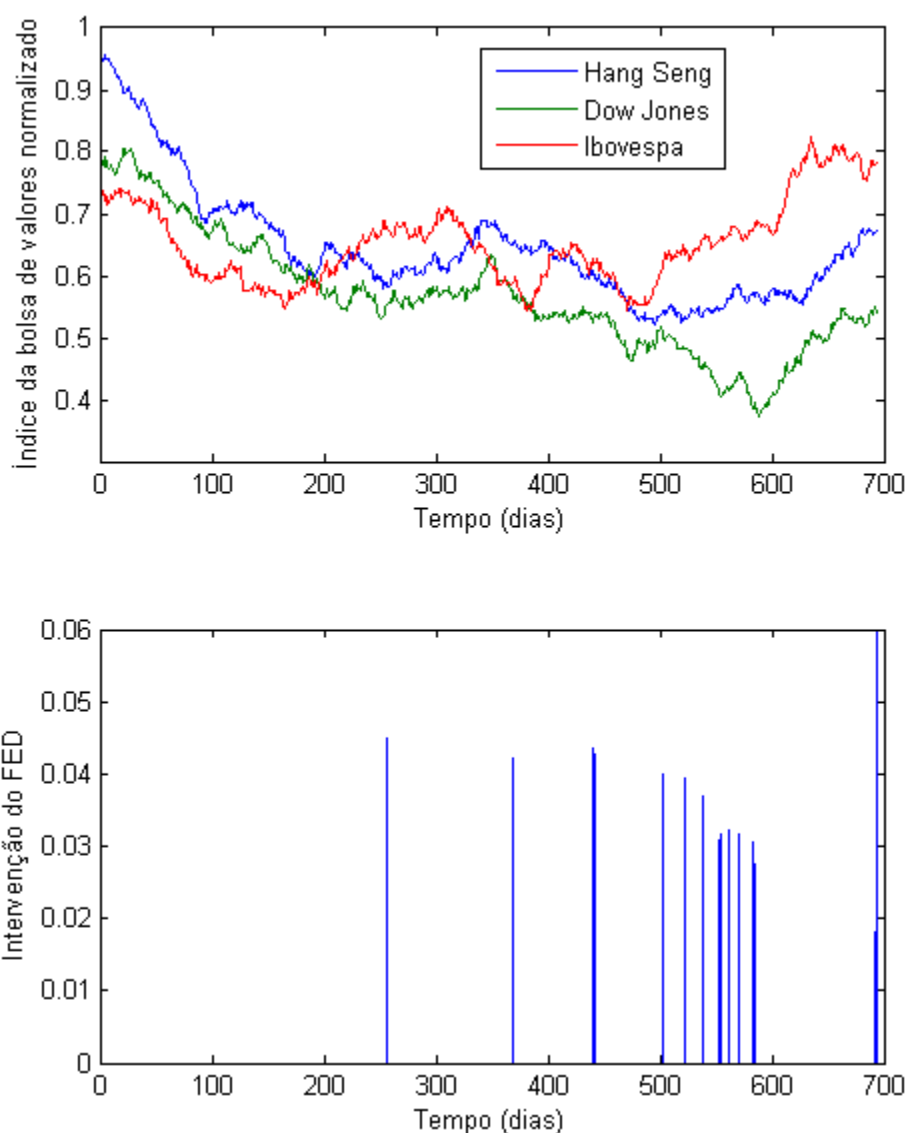
A simulação do modelo considerando a condição (23) foi feita utilizando o programa no Apêndice 6. O resultado da simulação encontra-se na Figura 11, em que observamos o impacto dessa medida nas bolsas de valores, quando ela foi implementada e sua magnitude.

Para analisarmos o impacto dessa medida no mercado norte-americano e no Brasil, comparamos os valores médios dos índices de bolsa de valores com e sem a intervenção do FED para um conjunto de simulações. Para isso, foi feito um programa (Apêndice 7) que simula o modelo 100 vezes com e sem a condição (23). Qualitativamente, podemos avaliar o impacto nas figuras 12 e 13, que mostram o Box-plot feito utilizando o software Eviews para o valor médio dos índices dos DowJones e Ibovespa. A medida para estimular a economia implementada pelo governo norte-americano parece ter impactado positivamente tanto nos EUA quanto no Brasil. Para verificarmos se esses resultados são robustos conduzimos um teste de hipótese para médias comparando as simulações conforme as Tabelas 6, 7, 8 e 9.

Existem 3 testes de hipótese para comparar médias populacionais: variâncias populacionais conhecidas, variâncias populacionais desconhecidas e iguais ou variâncias populacionais desconhecidas e equivalentes. Por este motivo, primeiramente conduzimos um teste de hipótese para as variâncias. Sob a hipótese nula, as variâncias são iguais. A estatística do teste e sua distribuição são a seguinte:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \sim F_{n_1-1, n_2-1}, \quad (24)$$

em que  $s^2$  é a variância amostral.



**Figura 11:** Simulação do modelo (22) com a condição (23) modelando a intervenção do FED.

**Tabela 6:** Teste de hipótese para a variância dos dados com e sem a intervenção do FED para o Dow Jones.

Teste-F: duas amostras para variâncias		
	<i>sem</i>	<i>com</i>
Média	0.599496292	0.641926121
Variância	0.003194321	0.003317059
Observações	100	100
gl	99	99
F	0.962998001	
P(F<=f) uni-caudal	0.425792615	
F crítico uni-caudal	0.717328593	

**Tabela 7:** Teste de hipótese para a variância dos dados com e sem a intervenção do FED para o Ibovespa.

Teste-F: duas amostras para variâncias		
	<i>sem</i>	<i>com</i>
Média	0.620622223	0.773395966
Variância	0.051925423	0.055317778
Observações	100	100
gl	99	99
F	0.93867515	
P(F<=f) uni-caudal	0.37675187	
F crítico uni-caudal	0.717328593	

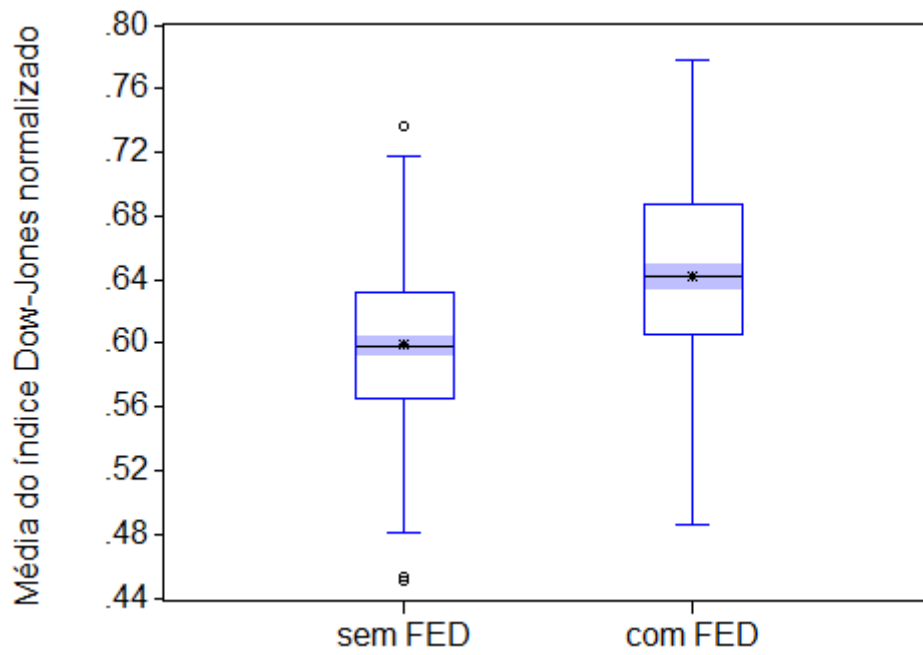
A hipótese nula do teste para as variâncias é que as variâncias populacionais são equivalentes. Para o índice Dow Jones, da Tabela 4 temos que  $F_{obs}=0,9629$ . Como esse teste é bicaudal, então o p-valor é igual a 0.8516. Adotando  $\alpha=5\%$ , como p-valor  $> \alpha$ , não rejeitamos a hipótese nula com 95% de confiança. Ou seja, as variâncias populacionais são equivalentes. O mesmo procedimento foi realizado para o Ibovespa. Da Tabela 6, temos que  $F_{obs}=0,9386$ . Como esse teste é bicaudal, então o p-valor é igual a 0,7535. Adotando  $\alpha=5\%$ , como p-valor  $> \alpha$ , não rejeitamos a hipótese nula com 95% de confiança. Ou seja, as variâncias populacionais são equivalentes.

Nos 2 casos, concluímos com 95% de confiança que as variâncias populacionais são equivalentes. Sendo assim, o teste de hipótese adequando para as médias é o que apresenta a seguinte estatística e distribuição:

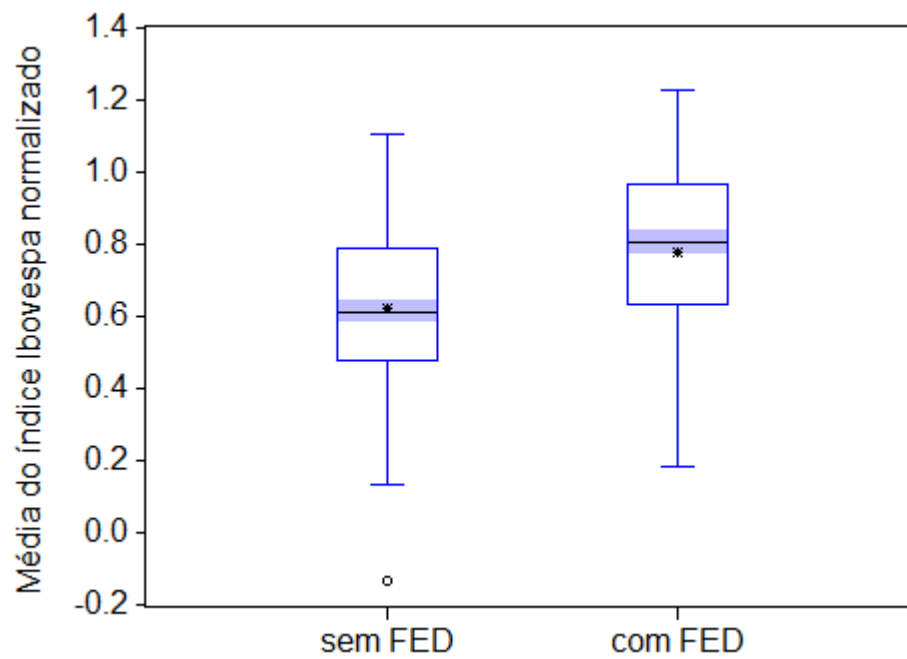
$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \frac{((n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2)}{n_1+n_2-2}}} \sim t_{n_1+n_2-2}, \quad (25)$$

onde  $\bar{x}$  é a média amostral e n o tamanho da amostra.

Todos os testes de hipóteses foram realizados utilizando a ferramenta “Análise de dados” do Excel.



**Figura 12:** Box-Plot para o Dow Jones com e sem a condição (23).



**Figura 13:** Box-Plot para o Ibovespa com e sem a condição (23).

**Tabela 8:** Teste de hipótese para as médias com e sem a intervenção do FED presumindo variâncias equivalentes para o Dow Jones, conforme o resultado da tabela 6.

Teste-t: duas amostras presumindo variâncias equivalentes		
	<i>sem</i>	<i>com</i>
Média	0.599496292	0.641926121
Variância	0.003194321	0.003317059
Observações	100	100
Variância agrupada	0.00325569	
Hipótese da diferença de média	0	
gl	198	
Stat t	-5.258171633	
P(T<=t) uni-caudal	1.87763E-07	
t crítico uni-caudal	1.652585784	
P(T<=t) bi-caudal	3.75525E-07	
t crítico bi-caudal	1.972017432	

**Tabela 9:** Teste de hipótese para as médias com e sem a intervenção do FED presumindo variâncias iguais para o Ibovespa, conforme o resultado da tabela 7.

Teste-t: duas amostras presumindo variâncias equivalentes		
	<i>sem</i>	<i>com</i>
Média	0.620622223	0.773395966
Variância	0.051925423	0.055317778
Observações	100	100
Variância agrupada	0.053621601	
Hipótese da diferença de média	0	
gl	198	
Stat t	-4.665130918	
P(T<=t) uni-caudal	2.83462E-06	
t crítico uni-caudal	1.652585784	
P(T<=t) bi-caudal	5.66924E-06	
t crítico bi-caudal	1.972017432	

A hipótese nula do teste para as médias populacionais presumindo variâncias desconhecidas e equivalentes é que a média populacional do índice Dow Jones com a intervenção do FED é menor ou igual do que sem intervenção. Da tabela temos que  $t_{obs} = -5,2581$ . Como esse teste é unicaudal, então o p-valor é igual a  $2.10^{-7}$ . Adotando  $\alpha = 5\%$ , como  $p\text{-valor} < \alpha$ , rejeitamos a hipótese nula com 95% de confiança. Ou seja, a média do índice Dow Jones com a intervenção do FED é maior do que sem. Na Tabela 9, a hipótese nula do

teste para as médias é que média populacional do índice Dow Jones com a intervenção do FED é menor ou igual do que sem. Da Tabela 7, temos que  $t_{obs}=-4,6651$ . Como esse teste é unicaudal, então o p-valor é igual a  $3.10^{-6}$ . Adotando  $\alpha=5\%$ , como p-valor  $< \alpha$ , rejeitamos a hipótese nula com 95% de confiança.

Apesar das figuras 12 e 13 aparentemente mostrarem concordância visual entre as médias dos índices normalizados com e sem a intervenção do FED, a análise estatística apontou para diferença significativa. Esse fato pode ser devido à cauda longa da distribuição ou à presença de *out-liers* que se fazem presentes nos gráficos.

### 4.3 Avaliação do risco sistêmico

Uma maneira de avaliar o risco sistêmico é utilizar o conceito de VaR (*Value-at-Risk*). Esta medida de risco representa a perda máxima a ser incorrida para um determinado horizonte de tempo, dada uma probabilidade de ocorrência. Esse valor é obtido a partir de simulações de Monte Carlo. O VaR foi calculado para 1%, 5% e 10% a partir de 100 simulações com e sem a intervenção do FED. Realizamos simulações de Monte Carlo para simular o modelo (22) com a condição (23).

Para calcular o VaR, utilizamos a hipótese de distribuição normal para os retornos, ou seja:

$$P\left(\frac{r_t - \bar{r}}{\sigma} \leq Z_{\alpha\%}\right) = \int_{-\infty}^{Z_{\alpha\%}} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dx = \alpha\% . \quad (26)$$

Da tabela normal, temos que para 1%,  $Z_{\alpha}=2.33$ , para 5%,  $Z_{\alpha}=1.65$  e para 10%,  $Z_{\alpha}=1.29$ . Sendo assim, o VaR para cada uma das probabilidades para 1 período (neste caso, 1 dia) é calculado pela área de risco ponderada pelo desvio dos retornos:

$$VaR(\alpha\%) = Z_{\alpha}\sigma . \quad (27)$$

Antes de calcularmos o VaR, conduzimos o teste de normalidade proposto por Jarque-Bera (1981) para cada uma das simulações de Monte Carlo e utilizamos apenas as séries normais, com 95% de confiança. A hipótese nula do teste define que a série de observações é proveniente de uma população normalmente distribuída. A estatística do teste é dada por:

$$JB = \frac{n}{6} A\hat{s}s^2 + \frac{n}{24} (C\hat{u}rt - 3)^2 \sim \chi_2^2 \quad (28)$$

Os valores podem ser observados nas tabelas 10 e 11. Os resultados mostram que tanto para o Dow Jones quanto para o Ibovespa, a intervenção do FED diminuiu o VaR para todos os níveis de significância. Por exemplo, sem a intervenção do Fed existe um risco de 1% que o Dow Jones caia mais do que 2.29% em um dia. Com a intervenção, essa perda máxima diminuiu para 2.18%.

**Tabela 10:** VaR para o índice Dow Jones.

	sem	com
VaR (1%)	-2.29%	-2.18%
VaR (5%)	-1.62%	-1.54%
VaR (10%)	-1.26%	-1.20%

**Tabela 11:** VaR para o índice Ibovespa.

	sem	com
VaR (1%)	-2.3%	-2.0%
VaR (5%)	-1.6%	-1.4%
VaR (10%)	-1.3%	-1.1%

## Capítulo 5. Conclusão

Neste trabalho adotamos a metodologia de modelos baseados em agentes computacionais para estudar o mercado financeiro. O sistema de equações diferenciais estudado (equação (17)) foi proposto por Bagley (1992) para modelar a reação química entre polímeros A e B, sob a presença de catalisador, formando C. Substituímos os polímeros pelas bolsas de valores: Hang Seng, Dow Jones e Ibovespa no período entre 15/09/2007 e 15/09/2010. Identificamos os parâmetros utilizando o método de Nelder-Mead e o método de Runge-Kutta de quarta ordem para resolver o sistema. O resultado mostrou que não foi possível modelar adequadamente a tendência dos dados reais. O segundo modelo (equação (18)) estudado contempla modificações no modelo anterior propostas por Caetano (2011). As diferenças desse modelo com o primeiro é que o segundo considera que o Ibovespa não influencia o próprio índice, que existe um fluxo de investimento que sai do Dow Jones e do Hang Seng para o Ibovespa e que quando o Dow-Jones perde valor o Ibovespa é afetado negativamente. Os parâmetros do modelo foram identificados utilizando a mesma metodologia. Comparando os resultados dos modelos ajustados (Figuras 2 e 3), concluímos que o segundo modelo teve melhor ajuste. Por fim, incluímos um ruído aleatório no modelo para contemplar as variações diárias que verificamos nas bolsas de valores (equação (22)).

Estudamos qual o impacto de uma intervenção externa com o objetivo de combater crises financeiras. Impusemos a condição que se o retorno médio do Dow-Jones em três dias for menor que -10%, então o FED intervém injetando dinheiro na economia no montante de cerca de 10% do PIB. Com base em simulações de Monte Carlo concluímos que a medida eficaz tanto para o Dow Jones quanto para o Ibovespa. Os resultados se mostraram estatisticamente significantes. Além disso, a perda máxima em um dia (VaR) se mostrou menor para todos os níveis de significância considerados (1%, 5% e 10%).

Com base nos resultados encontrados, podemos concluir que a intervenção do FED foi eficaz para combater crises financeiras tanto em seu mercado local quanto no externo (em países emergentes como o Brasil). Apesar dos resultados positivos, o modelo adotado não considera algumas questões discutidas por economistas sobre a eficiência do intervencionismo em períodos de crise. Bernanke (2010) questiona o problema do *Is too big to fail*. Ou seja, se o governo deve intervir para salvar grandes instituições financeiras ou empresas da falência para evitar crises de confiança, corrida aos bancos e efeito contágio, por exemplo. A crise de 2008 é um exemplo desse questionamento, uma vez que o governo

permitiu que o banco *Lehman Brothres* quebrasse, enquanto que outras instituições financeiras foram ajudadas. O governo comprou ativos “podres” de instituições financeiras em troca de ações, evitando que elas entrassem em falência também. A grande questão são os problemas de risco moral (*moral hazard*) que medidas como esta podem induzir no mercado. Ou seja, uma vez que instituições financeiras e empresas sabem que receberão ajuda do governo em momentos de crise, elas tomarão mais risco do que seria desejado caso não contassem com essa ajuda. Além disso, quando o governo escolhe quais instituições ajudar e quais não, ele pode não estar promovendo a eficiência de mercado.

## Referências

ALVAREZ-RAMIREZ, A.; IBARRA-VALDEZ, C. Modeling stock market dynamics based on conservation principles. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, [S. l.], v. 301, [S.n.], p. 493-511, 2001.

AMATO, S.. **Resolução numérica de equações diferenciais : Método de Runge-Kutta**. [2010] Disponível em: <<http://omnis.if.ufrj.br/~sandra/mcomp/rk4.pdf>>. Acesso em: 03 out. 2010.

APOSTOL, T. M.. Linear differential equations. In: \_\_\_\_\_. **Calculus: multi-variable calculus and linear algebra, with applications to differential equations and probability**. 2 ed. [S. l.]: Hamilton Printing Company, [2010]. v. 2, c. 6, p. 145-147.

AUSLOOS, M. Gas-kinetic theory and Boltzmann equation of share price within an equilibrium market hypothesis and ad hoc strategy. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, [S. l.], v. 284, n. 1, p. 385-392, 2000.

BAGLEY, R. J.; FARMER, J. Doyne.. Spontaneous emergence of a metabolism. In: FARMER, J. Doyne et al. **Artificial life II: Santa Fe Institute Studies on the Sciences of Complexity Proceeding**. Santa Fe: Addison-Wesley, 1992.

BERNANKE, B. S. **Causes of the recent financial and economic crisis**. [2010]. Disponível em: <<http://www.federalreserve.gov/newsevents/testimony/bernanke20100902a.html>>, Acesso em: 10 maio, 2010.

BLACK, F.; SCHOLES, M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **The Journal of Political Economy**, [S.l.], v. 81, n. 3, p. 637-654, 1973.

BOER, P. et AL. Time series and dynamic models. In: \_\_\_\_\_. **Econometric methods with applications in business and economics**. New York: Oxford University Press Inc., 2004.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. Equações Diferenciais Não Lineares e Estabilidade. In: \_\_\_\_\_. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. 7 ed.. Rio de Janeiro: LTC, 2001. cap. 8, p. 247-294.

BAGLEY, R. J.; FARMER, J. D.; FONTANA, W.. Evolution of a Metabolism. In: FARMER, J. D. et al. **Artificial life II: Santa Fe Institute Studies on the Sciences of Complexity Proceeding**. Santa Fe: Addison-Wesley, 1992. Disponível em: <<http://fontana.med.harvard.edu/www/Documents/WF/Papers/metabolism.pdf> >. Acesso em: 03 out. 2010.

BOUCHAUD, J.-P. Economics needs a scientific revolution. **Nature**, [S.l.], v. 455, n. 1181, 2008. Disponível em: <<http://home.iitk.ac.in/~osegu/Nature.pdf>>. Acesso em: 15/11/2010.

CAETANO, M. A. L.. **Darwin, as bolhas e os crashes do mercado de ações**. [2010]. Disponível em: <<http://www.mudancasabruptas.com.br/DarwindBolhasCrashes.html>>, Acesso em: 03 out, 2010.

CAETANO, M. A. L.; TAKASHI, Y. A model for the evaluation of systemic risk in stock markets, **Physica A**, [S.l.], v. 390, n. 12, p. 2368-2374, 2011.

CAMERON, N.; MOSHIRI, S.. Neural network versus econometric models in forecasting inflation. **Journal of forecasting**, [S.l.], v. 19, n. 3, 2000. Disponível em: <<http://cs.uni-muenster.de/Professoren/Lippe/diplomarbeiten/html/eisenbach/Untersuchte%20Artikel/MoCa00.pdf>>. Acesso em: 06 out. 2010.

CENSKY, A.. QE2: Fed pulls the trigger. **CNN Money**, New York, 3 nov. 2010. Disponível em: <[http://money.cnn.com/2010/11/03/news/economy/fed\\_decision/index.htm](http://money.cnn.com/2010/11/03/news/economy/fed_decision/index.htm)>. Acesso em: 10 jun. 2011.

CHEN, S.-H.; HUANG, Y.-C. Risk preference, forecasting accuracy and survival dynamics: Simulations based on a multi-asset agent-based artificial stock market. **Journal of Economic Behavior & Organization**, [S.l.], v. 67, [S.n.], 2008. Disponível em: <[http://www.aiecon.org/staff/shc/pdf/Risk\\_Preference\\_2008.pdf](http://www.aiecon.org/staff/shc/pdf/Risk_Preference_2008.pdf)>. Acesso em: 15/11/2010.

CHEN, S.-H.; LIAO, C.-C.. Agent-based computational modeling of the stock price-volume relation. **Information Science**, [S. l.], v. 170, [s. n.], 2003. Disponível em: <<http://www.aiecon.org/staff/shc/pdf/sdarticle.pdf>> Acesso em: 06 out. 2010.

CHEN, S.-H.; YEH, C.-H. Evolving traders and the business school with genetic programming: A new architecture of the agent-based artificial stock market. **Journal of Economic Dynamics & Control**, [S.l.], v. 68, [S.n.], p. 363-393, 2001.

CULLEN, M. R.; ZILL, D. G.. Métodos numéricos para equações diferenciais ordinárias. In: \_\_\_\_\_. **Equações diferenciais**. 3 ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2010. v. 2, cap. 9, p. 97-143.

DE BONDT, W.; THALER, R. Does the stock market overreact? **The Journal of Finance**, [S.l.], v. 40, n. 3, p. 793-805, 1985.

DENG, S.; WANGM J. Fluctuations of interface statistical physics models applied to a stock market model. **Nonlinear Analysis: Real World Applications**, [S.l.], v. 9, n. 2, p. 718–723, 2008.

DEVRIES, P. L.; HASBUN, J. E.. Ordinary differential equations. In: \_\_\_\_\_. **A first course in computational physics**. 2 ed. [S. l.]: Jones and Bartlett Publishers, 2010. cap. 5.

FADLALLA, A.; LIN, C.-H. An Analysis of the Applications of Neural Networks in Finance. **Interfaces**, v. 31, n. 4, p. 112-122, 2001.

FARMER, J. D.; FOLEY, D.. The economy needs agent-based modeling. **Nature**, v. 460, 2009. Disponível em: <<http://tuvalu.santafe.edu/~jdf/papers/EconomyNeeds.pdf>>. Acesso em: 03 out. 2010.

HICKS, J. R.. Mr. Keynes and the “classics”; a suggested interpretation. **Econometrica**, [S.l.], v. 5, n. 2, 1937. Disponível em: <<http://links.jstor.org/sici?sici=0012-9682%28193704%295%3A2%3C147%3AMKAT%22A%3E2.0.CO%3B2-E>>. Acesso em: 06 out. 2010.

HOMMES, C. Heterogeneous agent models in economics and finance. In: JUDD, K.; TEFATSION, L. **Handbook of Computational Economics: Agent-Based Computational Economics**. 1 ed. Amsterdã: North-Holland (Elsevier), 2006. v. 2, cap. 23, p. 1111–1116.

HULL, J. Value at risk. In: \_\_\_\_\_. **Options, futures and other derivatives**. 6 ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2005. c. 18, p. 435-460.

HUNT, B. R.; LIPSMAN, R. L.; ROSENBERG, L.. **A guide to MATLAB: for beginners and experienced users**. 2 ed. New York: Cambridge University Press, 2006. 311 p.

ISIDORE, C.. Fed decision: recovery losing steam. **CNN Money**, New York, 10 ago. 2010. Disponível em: <[http://money.cnn.com/2010/08/10/news/economy/fed\\_decision/index.htm?iid=EL](http://money.cnn.com/2010/08/10/news/economy/fed_decision/index.htm?iid=EL)>. Acesso em: 10 jun. 2011.

JARQUE, C. M., BERA. A. K. Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals: Monte Carlo evidence. **Economics Letters**, [S. l.], v.7, n.4, p. 313-318, 1981.

KLEIN, M. W. Differential equations. In: \_\_\_\_\_. **Mathematical methods for economics**. 2 ed. [S. l.]: Pearson edition, 2002. c. 14, p. 477-479.

LAGARIAS, J. C.; REEDS, J. A.; WRIGHT, M. H.; WRIGHT, P. E. Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method on low dimensions. **SIAM Journal of Optimization**, [S.l.], v. 9, n. 1, pp. 112-147, 1998.

MCSHARRY, P.; ORRELL, D. System economics: Overcoming the pitfalls of forecasting models via a multidisciplinary approach. **International Journal of Forecasting**, [S.l.], v. 25, n. 4, p. 734-743, 2009.

MIDDLETON, M. **Data analysis using Microsoft Excel: updated for office XP**. 3 ed. Belmont: South-Western College Pub, 2004. 280 p.

NELDER, J. A.; MEAD, R. A simplex method for function minimization. **Computer Journal**, [S.l.], v. 7, n. 4, p. 308-313, 1965.

PETERS, E. Fractal structure in the capital markets. **Financial Analysts Journal**, [S.l.], v. 45, n. 4, p. 32-37, 1989.

PRESSE, F.. Bush pede aprovação para pacote de até US\$ 700 bi para conter crise. **Folha Online**, São Paulo, 20 set. 2008. Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/folha/dinheiro/ult91u447017.shtml>>. Acesso em: 10 jun. 2011.

PRESSE, F.. Em busca de apoio republicano, Obama direciona plano para corte em impostos. **Folha Online**, São Paulo, 5 jan. 2009. Disponível em: <<http://www.meionorte.com/noticias/economia/obama-ja-anuncia-plano-contracrise-65471.html>> Acesso em: 10 jun. 2011.

RIBEIRO, G.. **Otimização econômica para cenários de aquecimento global**. Disponível em: <<http://www.mudancasabruptas.com.br/relatorio.pdf>>. Acesso em: 03 out. 2010.

SAMANIDOUL, E. et al. Agent-based models of financial markets. **Reports on Progress in Physics**, [S.l.], v. 70, n. 3, 2007. Disponível em: <[http://arxiv.org/PS\\_cache/physics/pdf/0701/0701140v1.pdf](http://arxiv.org/PS_cache/physics/pdf/0701/0701140v1.pdf)>. Acesso em: 15/11/2010.

SAMUELSON, P. A.; SOLOW, R. M.. Problem of achieving and maintaining a stable price level: analytical aspects of anti-inflation policy. **The American Economic Review**, [S. l.], v. 50, n. 2, 1960. Disponível em: < <http://www.jstor.org/stable/1815021>>. Acesso em: 06 out. 2010.

SHONE, R. Systems of first order differential equations In : \_\_\_\_\_. **Economic dynamics: Phase diagrams and their economic application**. 2. ed., Cambridge University Press, 2002. cap. 4, p. 142-200.

SANDRONI, A. Do markets favor agents able to make accurate predictions? **Econometrica**, [S.l.], v. 68, n. 6, p. 1303–1341, 2000.

SYRTAD, J. **Macros e VBA para Microsoft Excel**. São Paulo: Editora Campus, 2004. 576 p.

TAYLOR, J. Generating Volatility Forecasts from Value at Risk Estimates. **Management Science**, [S.l.], v. 51, n. 5, p. 712-725, 2005.

TESFATSION, L. Agent-based computational economics: modeling economies as complex adaptive systems. **Information Sciences**, [S.l.], v. 149, n. 4, p. 263–269, 2003.

TESFATSION, L.; JUDD, K. L. **Handbook of computational economics. Agent-based computational economics: Agent-Based Computational Economics**. Holanda: Elsevier, 2006. 904 p.

TREVISAN, R. C.. **Análise de investimentos: abordagem dinâmica**. São Paulo, 2009. 72 p. Monografia (Graduação em Economia) – Faculdade de Economia e Administração, Ibmec - SP, São Paulo, 2009.

VOGELVANG, B.. **Econometrics: theory and applications with Eviews**. [S.l.]: Pearson Addison Wesley, 2005. 363 p.



# Apêndice 1

Programa em VBA que gera a base de dados.

```
Sub DADOS()
```

```
UserForm1.Hide
```

```
Dim idax As Boolean  
Dim iibov As Boolean  
Dim inky As Boolean  
Dim iukx As Boolean  
Dim ihsi As Boolean  
Dim ispx As Boolean  
Dim idjx As Boolean  
Dim isse As Boolean
```

```
Dim cont As Integer  
Dim i As Integer  
Dim j As Integer
```

```
idax = UserForm1.CheckBox1.Value  
iibov = UserForm1.CheckBox2.Value  
inky = UserForm1.CheckBox3.Value  
iukx = UserForm1.CheckBox4.Value  
ihsi = UserForm1.CheckBox5.Value  
ispx = UserForm1.CheckBox6.Value  
idjx = UserForm1.CheckBox7.Value  
isse = UserForm1.CheckBox8.Value
```

```
cont = 0
```

```
If idax = True Then  
    cont = cont + 1  
End If
```

```
If iibov = True Then  
    cont = cont + 1  
End If
```

```
If inky = True Then  
    cont = cont + 1  
End If
```

```
If iukx = True Then  
    cont = cont + 1  
End If
```

```
If ihsi = True Then
```

```

    cont = cont + 1
End If

If ispx = True Then
    cont = cont + 1
End If

If idjx = True Then
    cont = cont + 1
End If

If isse = True Then
    cont = cont + 1
End If

If cont >= 4 Then
    MsgBox ("Você selecionou MAIS do que 3 séries.")
    GoTo FIM
    ElseIf cont < 3 Then
    MsgBox ("Você selecionou MENOS do que 3 série.")
    GoTo FIM
End If

Worksheets("DADOS").Select
Range("A1:W1099") = empty

If idax = True Then
    Range("A1:B1099") = Worksheets("TODOS OS DADOS").Range("DAX").Value
End If

If iibov = True Then
    Range("D1:E1099") = Worksheets("TODOS OS DADOS").Range("IBOV").Value

End If

If inky = True Then
    Range("G1:H1099") = Worksheets("TODOS OS DADOS").Range("NKY").Value
End If

If iukx = True Then
    Range("J1:K1099") = Worksheets("TODOS OS DADOS").Range("UKX").Value
End If

If ihsi = True Then
    Range("M1:N1099") = Worksheets("TODOS OS DADOS").Range("HSI").Value
End If

If ispx = True Then
    Range("P1:Q1099") = Worksheets("TODOS OS DADOS").Range("SPX").Value
End If

```

```
If idjx = True Then
Range("S1:T1099") = Worksheets("TODOS OS DADOS").Range("DJX").Value
End If
```

```
If isse = True Then
Range("V1:W1099") = Worksheets("TODOS OS DADOS").Range("SSE").Value
End If
```

```
cont = 0
For i = 1 To 23
    If Cells(2, i) = Empty Then
        Columns(i).Delete
        i = i - 1
    End If
    If cont > 23 Then
        GoTo SAIR1
    End If
    cont = cont + 1
Next
SAIR1:
```

```
Cells(2, 2) = Cells(1, 1)
Cells(2, 4) = Cells(1, 3)
Cells(2, 6) = Cells(1, 5)
```

```
Rows(1).Delete
Columns(3).Delete
Columns(4).Delete
```

```
Range("B2:D693").Select
Let Selection.NumberFormat = "General"
Range("A2:A693").Select
Let Selection.NumberFormat = "dd/mm/yyyy"
```

```
For i = 2 To 4
    cont = 0
    For j = 2 To 1099
        If Cells(j, i) = Empty Then
            Rows(j).Delete
            j = j - 1
        End If
        If cont > 1099 Then
            GoTo SAIR2
        End If
        cont = cont + 1
    Next
SAIR2:
Next
```

Cells(1, 1).Select

Worksheets("TODOS OS DADOS").Select

FIM:

End Sub



## Apêndice 2

Programa, em Matlab, que identifica os parâmetros do modelo descrito pelo sistema de equações diferenciais (17).

```
clear all
clc
global tinicial;
global tfinal;
global options;
global condinic;
global t_real
global djx
global hsi
global ibov
global y_real
global dp_ibov
global dp_djx
global dp_hsi
clc
import_dados;
ibov=data(:,1);
hsi=data(:,2);
djx=data(:,3);
```

```

ibov=ibov/max(ibov);
hsi=hsi/max(hsi);
djx=djx/max(djx);
dp_ibov=std(ibov);
dp_djx=std(djx);
dp_hsi=std(hsi);
y_real=[hsi djx ibov];
t_real(1)=1;
for i=2:length(ibov(:,1))
    t_real(i)=t_real(i-1)+1;
end
t_real=t_real';
options=odeset('RelTol',1e-3,'AbsTol',[1e-3 1e-3 1e-3]);
options1=optimset('Display','iter','TolFun',1e-3);
tinicial=1;
tfinal=length(ibov);
condinico=[hsi(1) djx(1) ibov(1)];
global gama;
global kf;
global kr;
x=fminsearch('f_erro_modelo1',[0.1;0.1;0.1],options1);
gama=x(1);
kf=x(2);
kr=x(3);
[t_ajuste,y_ajuste]=ode45('modelo1_sem_ruido',t_real,condinico,options);
plot(t_real , y_ajuste,'LineWidth',3)
xlabel('Tempo (data)');
ylabel('Índice da bolsa de valores normalizado');
hold on
plot(t_real , y_real)
hleg1=legend('HSI ajustado','DJX ajustado','IBOV ajustado','HSI real','DJX
real','IBOV real');
set(hleg1,'Location','Best');
set(gca,'XTick',[0 100 200 300 400 500 600 693]);
set(gca,'XTickLabel',{'17/09/07','29/02/08','05/08/08','08/01/09','18/06/09
','17/11/09','26/04/10','15/09/10'});
-----

function xp=f_erro_modelo1(x)
options=odeset('RelTol',1e-4,'AbsTol',[1e-4 1e-4 1e-4]);
global condinico;
global t_real
global djx;
global hsi;
global ibov;
global gama
global kf
global kr
gama=x(1);
kf=x(2);
kr=x(3);
[t,y]=ode45('modelo1_sem_ruido',t_real,condinico,options);

dif=0;
for i=1:length(t(:,1))
    tsim=find(t>=t_real(i));
    dif=dif+(hsi(i)-y(tsim(1),1))^2+(djx(i)-y(tsim(1),2))^2+(ibov(i)-
y(tsim(1),3))^2;
end

```

```
xp=dif;
```

```
return;
```

```
-----  
  
function xp=modelo1_sem_ruido(t,y)  
global gama;  
global kf;  
global kr;  
xp=[gama*(kf*y(3)-kr*y(1))  
    gama*(kf*y(3)-kr*y(2))  
    gama*(kf*y(1)*y(2)-kr*y(3))];  
return;
```

## Apêndice 3

Programa, em Matlab, que identifica os parâmetros do modelo descrito pelo sistema de equações diferenciais (18).

```
clear all  
clc  
global tinicial;  
global tfinal;  
global options;  
global condinic;  
global t_real  
global djx  
global hsi  
global ibov  
global y_real  
global dp_ibov  
global dp_djx  
global dp_hsi  
clc  
import dados;  
ibov=data(:,1);  
hsi=data(:,2);  
djx=data(:,3);  
ibov=ibov/max(ibov);  
hsi=hsi/max(hsi);  
djx=djx/max(djx);  
dp_ibov=std(ibov);  
dp_djx=std(djx);  
dp_hsi=std(hsi);  
y_real=[hsi djx ibov];  
t_real(1)=1;  
for i=2:length(ibov(:,1))  
    t_real(i)=t_real(i-1)+1;  
end  
t_real=t_real';  
options=odeset('RelTol',1e-3,'AbsTol',[1e-3 1e-3 1e-3]);  
options1=optimset('Display','iter','TolFun',1e-3);  
tinicial=1;  
tfinal=length(ibov);  
condinic =[hsi(1) djx(1) ibov(1)];
```

```

global a1;
global a2;
global a3;
global a4;
global a5;
global a6;
x=fminsearch('f_erro_modelo2',[0.1;0.1;0.1;0.1;0.1;0.1],options1);
a1=x(1);
a2=x(2);
a3=x(3);
a4=x(4);
a5=x(5);
a6=x(6);

[t_ajuste,y_ajuste]=ode45('modelo2_sem_ruido',t_real,condinic,options);

plot(t_real , y_ajuste,'LineWidth',3)
xlabel('Tempo (data)');
ylabel('Índice da bolsa de valores normalizado');
hold on
plot(t_real , y_real)
hleg1=legend('HSI ajustado','DJX ajustado','IBOV ajustado','HSI real','DJX
real','IBOV real');
set(hleg1,'Location','Best');
set(gca,'XTick',[0 100 200 300 400 500 600 693]);
set(gca,'XTickLabel',{'17/09/07','29/02/08','05/08/08','08/01/09','18/06/09
','17/11/09','26/04/10','15/09/10'});

-----

function xp=f_erro_modelo2(x)
options=odeset('RelTol',1e-4,'AbsTol',[1e-4 1e-4 1e-4]);
global condinic;
global t_real
global djx;
global hsi;
global ibov;
global a1;
global a2;
global a3;
global a4;
global a5;
global a6;
a1=x(1);
a2=x(2);
a3=x(3);
a4=x(4);
a5=x(5);
a6=x(6);
[t,y]=ode45('modelo2_sem_ruido',t_real,condinic,options);

dif=0;
for i=1:length(t(:,1))
    tsim=find(t>=t_real(i));
    dif=dif+(hsi(i)-y(tsim(1),1))^2+(djx(i)-y(tsim(1),2))^2+(ibov(i)-
y(tsim(1),3))^2;
end
xp=dif;

return;

```

```

-----
function xp=modelo2_sem_ruido(t,y)
global a1;
global a2;
global a3;
global a4;
global a5;
global a6;
xp=[a1*(-a2*y(1)+a3*y(3))
    a1*(-a4*y(2)+a5*y(3))
    a6*y(1)*y(2)-a3*y(2)+a1*a2*y(1)+a1*a4*y(2)];
return;

```

## Apêndice 4

Programa, em Matlab, que simula o modelo (22) estimado incluindo um ruído aleatório.

```

clear all
clc
global tinicial;
global tfinal;
global options;
global condinic;
global t_real
global djx
global hsi
global ibov
global y_real
global dp_ibov
global dp_djx
global dp_hsi
clc
import_dados;
ibov=data(:,1);
hsi=data(:,2);
djx=data(:,3);
ibov=ibov/max(ibov);
hsi=hsi/max(hsi);
djx=djx/max(djx);
dp_ibov=std(ibov);
dp_djx=std(djx);
dp_hsi=std(hsi);
y_real=[hsi djx ibov];
t_real(1)=1;
for i=2:length(ibov(:,1))
    t_real(i)=t_real(i-1)+1;
end
t_real=t_real';
options=odeset('RelTol',1e-3,'AbsTol',[1e-3 1e-3 1e-3]);
options1=optimset('Display','iter','TolFun',1e-3);
tinicial=1;
tfinal=length(ibov);
condinic =[hsi(1) djx(1) ibov(1)];

```

```

global a1;
global a2;
global a3;
global a4;
global a5;
global a6;
a1=0.9332;
a2=0.0113;
a3=0.0104;
a4=0.0036;
a5=0.0027;
a6=-0.0061;
[t_ajuste,y_ajuste]=ode45('modelo2_com_ruido',t_real,condinic,options);
plot(t_real , y_ajuste,'LineWidth',3)
xlabel('Tempo (data)');
ylabel('Índice da bolsa de valores normalizado');
hold on
plot(t_real , y_real)
hleg1=legend('HSI ajustado','DJX ajustado','IBOV ajustado','HSI real','DJX
real','IBOV real');
set(hleg1,'Location','Best');
set(gca,'XTick',[0 100 200 300 400 500 600 693]);
set(gca,'XTickLabel',{'17/09/07','29/02/08','05/08/08','08/01/09','18/06/09
','17/11/09','26/04/10','15/09/10'});

```

```

-----

function xp=modelo2_com_ruido(t,y)
global a1;
global a2;
global a3;
global a4;
global a5;
global a6;
global dp_ibov
global dp_djx
global dp_hsi
z=0.1;
xp=[a1*(-a2*y(1)+a3*y(3))+z*dp_hsi*randn
a1*(-a4*y(2)+a5*y(3))+z*dp_djx*randn
a6*y(1)*y(2)-a3*y(2)+a1*a2*y(1)+a1*a4*y(2)+z*dp_ibov*randn];
return;

```

## Apêndice 5

Programa que simula 50 vezes o modelo (22) e obtém o envelope de simulação.

```

clear all
global tinicial;
global tfinal;
global options;
global condinic;
global t_real
global djx
global hsi
global ibov
global y_real

```

```

global dp_ibov
global dp_djx
global dp_hsi
clc
import_dados;
ibov=data(:,1);
hsi=data(:,2);
djx=data(:,3);
ibov=ibov/max(ibov);
hsi=hsi/max(hsi);
djx=djx/max(djx);
dp_ibov=std(ibov);
dp_djx=std(djx);
dp_hsi=std(hsi);
y_real=[hsi djx ibov];
t_real(1)=1;
for i=2:length(ibov(:,1))
    t_real(i)=t_real(i-1)+1;
end
t_real=t_real';
options=odeset('RelTol',1e-3,'AbsTol',[1e-3 1e-3 1e-3]);
options1=optimset('Display','iter','TolFun',1e-3);
tinicial=1;
tfinal=length(ibov);
condinico =[hsi(1) djx(1) ibov(1)];

fim=length(t_real);
ls_hsi=ones(fim,1);
ls_djx=ones(fim,1);
ls_ibov=ones(fim,1);
li_hsi=ones(fim,1);
li_djx=ones(fim,1);
li_ibov=ones(fim,1);
max_hsi=ones(fim,1);
max_djx=ones(fim,1);
max_ibov=ones(fim,1);
min_hsi=ones(fim,1);
min_djx=ones(fim,1);
min_ibov=ones(fim,1);
global a1
global a2
global a3
global a4
global a5
global a6
for i=1:50
    i
    a1=0.9332;
    a2=0.0113;
    a3=0.0104;
    a4=0.0036;
    a5=0.0027;
    a6=-0.0061;

    [t_ajuste,y_ajuste]=ode45('modelo2_com_ruido',t_real,condinico,options);

    if i==1
        for j=i:fim
            max_hsi(j)=y_ajuste(j,1);
            max_djx(j)=y_ajuste(j,2);

```

```

        max_ibov(j)=y_ajuste(j,3);
        min_hsi(j)=max_hsi(j);
        min_djx(j)=max_djx(j);
        min_ibov(j)=max_ibov(j);
    end
else
    for j=i:fim
        if y_ajuste(j,1)>max_hsi(j)
            max_hsi(j)=y_ajuste(j,1);
        end
        if y_ajuste(j,2)>max_djx(j)
            max_djx(j)=y_ajuste(j,2);
        end
        if y_ajuste(j,3)>max_ibov(j)
            max_ibov(j)=y_ajuste(j,3);
        end
        if y_ajuste(j,1)<min_hsi(j)
            min_hsi(j)=y_ajuste(j,1);
        end
        if y_ajuste(j,2)<min_djx(j)
            min_djx(j)=y_ajuste(j,2);
        end
        if y_ajuste(j,3)<min_ibov(j)
            min_ibov(j)=y_ajuste(j,3);
        end
    end
end

for i=1:fim
    ls_hsi(i)=max_hsi(i);
    ls_djx(i)=max_djx(i);
    ls_ibov(i)=max_ibov(i);
    li_hsi(i)=min_hsi(i);
    li_djx(i)=min_djx(i);
    li_ibov(i)=min_ibov(i);
end

envelope_hsi=[ls_hsi li_hsi y_real(:,1)];
envelope_djx=[ls_djx li_djx y_real(:,2)];
envelope_ibov=[ls_ibov li_ibov y_real(:,3)];

plot(t_ajuste, envelope_hsi(:,1), '-k')
hold on
plot(t_ajuste, envelope_hsi(:,2), '-k')
hold on
plot(t_ajuste, envelope_hsi(:,3), '-b','LineWidth',2)
xlabel('Tempo (data)');
ylabel('Índice Hang Seng Normalizado');
set(gca,'XTick',[0 100 200 300 400 500 600 693]);
set(gca,'XTickLabel',{'17/09/07','29/02/08','05/08/08','08/01/09','18/06/09',
'17/11/09','26/04/10','15/09/10'});
pause;
plot(t_ajuste, envelope_djx(:,1), '-k')
hold on
plot(t_ajuste, envelope_djx(:,2), '-k')
hold on
plot(t_ajuste, envelope_djx(:,3), 'Color',[0 0.498039215803146
0],'LineWidth',2)
xlabel('Tempo (data)');

```

```

ylabel('Índice Dow Jones Normalizado');
set(gca, 'XTick', [0 100 200 300 400 500 600 693]);
set(gca, 'XTickLabel', {'17/09/07', '29/02/08', '05/08/08', '08/01/09', '18/06/09', '17/11/09', '26/04/10', '15/09/10'});
pause;
plot(t_ajuste, envelope_ibov(:,1), '-k')
hold on
plot(t_ajuste, envelope_ibov(:,2), '-k')
hold on
plot(t_ajuste, envelope_ibov(:,3), '-r', 'LineWidth', 2)
xlabel('Tempo (data)');
ylabel('Índice Ibovespa Normalizado');
set(gca, 'XTick', [0 100 200 300 400 500 600 693]);
set(gca, 'XTickLabel', {'17/09/07', '29/02/08', '05/08/08', '08/01/09', '18/06/09', '17/11/09', '26/04/10', '15/09/10'});

```

```

-----

function xp=modelo2_com_ruido(t,y)
global a1;
global a2;
global a3;
global a4;
global a5;
global a6;
global dp_ibov
global dp_djx
global dp_hsi
z=0.1;
xp=[a1*(-a2*y(1)+a3*y(3))+z*dp_hsi*randn
    a1*(-a4*y(2)+a5*y(3))+z*dp_djx*randn
    a6*y(1)*y(2)-a3*y(2)+a1*a2*y(1)+a1*a4*y(2)+z*dp_ibov*randn];
return;

```

## Apêndice 6

Programa que simula a intervecao do FED conforme o modelo (22) e a condição (23).

```

clear all
global options;
global condinic;
global t_real;
global dp_ibov;
global dp_djx;
global dp_hsi;
global cont;
global ifed;
global a1;
global a2;
global a3;
global a4;
global a5;
global a6;
global aux;
clc
import_dados;
ibov=data(:,1);

```

```

hsi=data(:,2);
djsx=data(:,3);
ibov=ibov/max(ibov);
hsi=hsi/max(hsi);
djsx=djsx/max(djsx);
dp_ibov=std(ibov);
dp_djsx=std(djsx);
dp_hsi=std(hsi);
y_real=[hsi djsx ibov];
t_real(1)=1;
for i=2:length(ibov(:,1))
    t_real(i)=t_real(i-1)+1;
end
t_real=t_real';
options=odeset('RelTol',1e-3,'AbsTol',[1e-3 1e-3 1e-3]);
options1=optimset('Display','iter','TolFun',1e-3);
condinic =[hsi(1) djsx(1) ibov(1)];
a1=0.9332;
a2=0.0113;
a3=0.0104;
a4=0.0036;
a5=0.0027;
a6=-0.0061;
media_djsx_com=ones(100,1);
media_djsx_sem=ones(100,1);
media_ibov_com=ones(100,1);
media_ibov_sem=ones(100,1);
retorno_djsx_com=ones(length(t_real),100);
retorno_djsx_sem=ones(length(t_real),100);
retorno_ibov_com=ones(length(t_real),100);
retorno_ibov_sem=ones(length(t_real),100);
for i=1:100
    i
    cont=1;
    [t_rk,y_rk]=ode45('modelo2_com_ruido_fed',t_real,condinic,options);
    media_djsx_com(i)=mean(y_rk(:,2));
    media_ibov_com(i)=mean(y_rk(:,3));
    for j=2:length(y_rk(:,2))
        retorno_djsx_com(j,i)=(y_rk(j,2)-y_rk(j-1,2))/y_rk(j-1,2);
        retorno_ibov_com(j,i)=(y_rk(j,3)-y_rk(j-1,3))/y_rk(j-1,3);
    end
    [t_rk,y_rk]=ode45('modelo2_com_ruido_sem_fed',t_real,condinic,options);
    media_djsx_sem(i)=mean(y_rk(:,2));
    media_ibov_sem(i)=mean(y_rk(:,3));
    for j=2:length(y_rk(:,2))
        retorno_djsx_sem(j,i)=(y_rk(j,2)-y_rk(j-1,2))/y_rk(j-1,2);
        retorno_ibov_sem(j,i)=(y_rk(j,3)-y_rk(j-1,3))/y_rk(j-1,3);
    end
end
excel_var=[media_djsx_sem media_djsx_com media_ibov_sem media_ibov_com];
excel_retorno=[retorno_djsx_sem retorno_djsx_com retorno_ibov_sem
retorno_ibov_com];
xlswrite('excel_retorno.xls', excel_retorno);
xlswrite('excel_var.xls', excel_var);
bp_djsx=[media_djsx_sem media_djsx_com];
bp_ibov=[media_ibov_sem media_ibov_com];

boxplot(bp_djsx)
ylabel('Média do índice Dow Jones normalizado');

```

```

set(gca, 'XTick', [0 1 2 3]);
set(gca, 'XTickLabel', {'', 'sem FED', 'com FED', ''});
pause
boxplot(bp_ibov)
ylabel('Média do índice Ibovespa normalizado');
set(gca, 'XTick', [0 1 2 3]);
set(gca, 'XTickLabel', {'', 'sem FED', 'com FED', ''});

```

```

-----

function xp=modelo2_com_ruido_sem_fed(t,y)
global a1;
global a2;
global a3;
global a4;
global a5;
global a6;
global ifed;
global cont;
global dp_ibov;
global dp_djx;
global dp_hsi;
global aux;
z=0.1;
xp=[a1*(-a2*y(1)+a3*y(3))+z*dp_hsi*randn
    a1*(-a4*y(2)+a5*y(3))+z*dp_djx*randn
    a6*y(1)*y(2)-a3*y(2)+a1*a2*y(1)+a1*a4*y(2)+z*dp_ibov*randn];

```

```

-----

function xp=modelo2_com_ruido_fed(t,y)
global a1;
global a2;
global a3;
global a4;
global a5;
global a6;
global ifed;
global cont;
global dp_ibov;
global dp_djx;
global dp_hsi;
global aux;
global t_aux;
global i;
u=0;
if cont>=5
    ret1=(aux(cont-1)-aux(cont-2))/(aux(cont-2));
    ret2=(aux(cont-2)-aux(cont-3))/(aux(cont-3));
    ret3=(aux(cont-3)-aux(cont-4))/(aux(cont-4));
    if mean([ret1 ret2 ret3])< -0.1 & y(2)>0
        y(2)=1.1*y(2);
        u=0.1*y(2);
    end
end
z=0.1;
xp=[a1*(-a2*y(1)+a3*y(3))+z*dp_hsi*randn
    a1*(-a4*y(2)+a5*y(3))+z*dp_djx*randn
    a6*y(1)*y(2)-a3*y(2)+a1*a2*y(1)+a1*a4*y(2)+z*dp_ibov*randn];
aux(cont)=y(2);

```

```
t_aux(cont)=t;
ifed(cont)=u;
cont=cont+1;
```

## Apêndice 7

Programa que simula 100 vezes o modelo (22) com e sem a condição (23).

```
clear all
global options;
global condinic;
global t_real;
global dp_ibov;
global dp_djx;
global dp_hsi;
global cont;
global ifed;
global a1;
global a2;
global a3;
global a4;
global a5;
global a6;
global aux;
clc
import dados;
ibov=data(:,1);
hsi=data(:,2);
djx=data(:,3);
ibov=ibov/max(ibov);
hsi=hsi/max(hsi);
djx=djx/max(djx);
dp_ibov=std(ibov);
dp_djx=std(djx);
dp_hsi=std(hsi);
y_real=[hsi djx ibov];
t_real(1)=1;
for i=2:length(ibov(:,1))
    t_real(i)=t_real(i-1)+1;
end
t_real=t_real';
options=odeset('RelTol',1e-3,'AbsTol',[1e-3 1e-3 1e-3]);
options1=optimset('Display','iter','TolFun',1e-3);
condinic =[hsi(1) djx(1) ibov(1)];
a1=0.9332;
a2=0.0113;
a3=0.0104;
a4=0.0036;
a5=0.0027;
a6=-0.0061;
media_djx_com=ones(10,1);
media_djx_sem=ones(10,1);
media_ibov_com=ones(10,1);
media_ibov_sem=ones(10,1);
retorno_djx_com=ones(length(t_real),100);
retorno_djx_sem=ones(length(t_real),100);
retorno_ibov_com=ones(length(t_real),100);
retorno_ibov_sem=ones(length(t_real),100);
```

```

for i=1:100
    i
    cont=1;
    [t_rk,y_rk]=ode45('modelo2_com_ruido_fed',t_real,condinic,options);
    media_djx_com(i)=mean(y_rk(:,2));
    media_ibov_com(i)=mean(y_rk(:,3));
    for j=2:length(y_rk(:,2))
        retorno_djx_com(j,i)=(y_rk(j,2)-y_rk(j-1,2))/y_rk(j-1,2);
        retorno_ibov_com(j,i)=(y_rk(j,3)-y_rk(j-1,3))/y_rk(j-1,3);
    end
    [t_rk,y_rk]=ode45('modelo2_com_ruido_sem_fed',t_real,condinic,options);
    media_djx_sem(i)=mean(y_rk(:,2));
    media_ibov_sem(i)=mean(y_rk(:,3));
    for j=2:length(y_rk(:,2))
        retorno_djx_sem(j,i)=(y_rk(j,2)-y_rk(j-1,2))/y_rk(j-1,2);
        retorno_ibov_sem(j,i)=(y_rk(j,3)-y_rk(j-1,3))/y_rk(j-1,3);
    end
end

excel_var=[media_djx_sem media_djx_com media_ibov_sem media_ibov_com];
excel_retorno=[retorno_djx_sem retorno_djx_com retorno_ibov_sem
retorno_ibov_com];
%xlswrite('excel_retorno.xls', excel_retorno);
%xlswrite('excel_var.xls', excel_var);
bp_djx=[media_djx_sem media_djx_com];
bp_ibov=[media_ibov_sem media_ibov_com];

boxplot(bp_djx)
ylabel('Média do índice Dow Jones normalizado');
set(gca,'XTick',[0 1 2 3]);
set(gca,'XTickLabel',{'','sem FED','com FED',''});
pause
boxplot(bp_ibov)
ylabel('Média do índice Ibovespa normalizado');
set(gca,'XTick',[0 1 2 3]);
set(gca,'XTickLabel',{'','sem FED','com FED',''});

-----

function xp=modelo2_com_ruido_sem_fed(t,y)
global a1;
global a2;
global a3;
global a4;
global a5;
global a6;
global ifed;
global cont;
global dp_ibov;
global dp_djx;
global dp_hsi;
global aux;
z=0.1;
xp=[a1*(-a2*y(1)+a3*y(3))+z*dp_hsi*randn
a1*(-a4*y(2)+a5*y(3))+z*dp_djx*randn
a6*y(1)*y(2)-a3*y(2)+a1*a2*y(1)+a1*a4*y(2)+z*dp_ibov*randn];

```

```

function xp=modelo2_com_ruido_fed(t,y)
global a1;
global a2;
global a3;
global a4;
global a5;
global a6;
global ifed;
global cont;
global dp_ibov;
global dp_djx;
global dp_hsi;
global aux;
global t_aux;
global i;
u=0;
if cont>=5
    ret1=(aux(cont-1)-aux(cont-2))/(aux(cont-2));
    ret2=(aux(cont-2)-aux(cont-3))/(aux(cont-3));
    ret3=(aux(cont-3)-aux(cont-4))/(aux(cont-4));
    if mean([ret1 ret2 ret3])< -0.1 & y(2)>0
        y(2)=1.1*y(2);
        u=0.1*y(2);
    end
end
z=0.1;
xp=[a1*(-a2*y(1)+a3*y(3))+z*dp_hsi*randn
    a1*(-a4*y(2)+a5*y(3))+z*dp_djx*randn
    a6*y(1)*y(2)-a3*y(2)+a1*a2*y(1)+a1*a4*y(2)+z*dp_ibov*randn];
aux(cont)=y(2);
t_aux(cont)=t;
ifed(cont)=u;
cont=cont+1;

```