Projeção de Cenários Aplicados ao Orçamento Empresarial

Com revisão das Ferramentas de Estatística

Prof. Dr. Marco Antonio Leonel Caetano

TÓPICO 1

Tratamento, Quantificação e Visualização de Dados Financeiros

1.1 Introdução

Na divulgação de toda avaliação econômica, pesquisadores se deparam com o fato de como tratar e qual a melhor forma de apresentação de dados obtidos através dos experimentos.

Necessariamente toda divulgação deve sempre começar pela divulgação dos resultados utilizando técnicas estatísticas adequadas. Dentro da Estatística, existe um amplo campo de técnicas , para melhor expressar e representar resultados de experimentos dentro de três sub-áreas bastante distintas, porém muito bem conectadas: Estatística Descritiva, Probabilidade e Estatística Indutiva. No campo da Estatística Descritiva serve como objeto de utilização, ferramentas como gráficos, tabelas e análises de formas e estruturas das representações dos dados. Este tipo de Estatística não tem valor de inferência, ou seja, não se pode concluir ou expressar conclusões de um experimento só com este tipo de técnica.

No campo da Probabilidade, teoremas garantem os tipos de distribuições que regem um experimento, quais são as mais adequadas e com que confiança os dados poderão ser coletados de forma a serem representativos de uma população. Finalmente, no último campo, o da Estatística Indutiva ou mais conhecido como Inferência, técnicas garantem as conclusões com grande acurácia indicando os erros e confiabilidades dos resultados obtidos. Também nesse campo, pode-se fazer previsão de tendências e correlações entre as variáveis e parâmetros obtidos experimentalmente.

Assim, realizar um experimento sem o devido cuidado com seu tratamento e forma de apresentação pode comprometer todo trabalho por falta de compreensão ou de interpretações errôneas sobre determinados resultados financeiros.

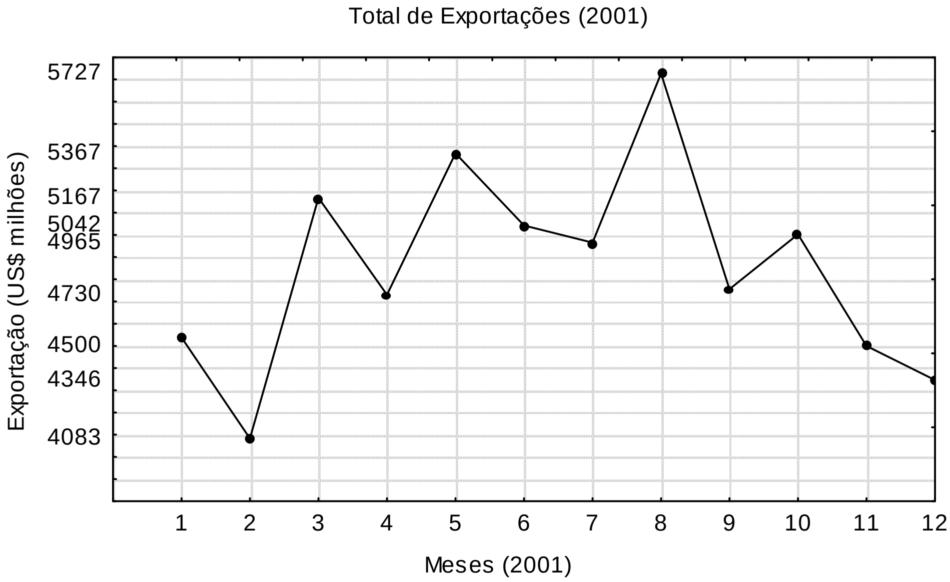


Figura 1.1: Gráfico de Linhas - Exportação Brasileira (2001)

1.2 Representação Gráfica

A melhor forma de representação de dados é sob gráficos, que muitas vezes por si só são bastante explicativos e até conclusivos dependendo do tipo de trabalho. Para expressar alguns tipos de gráficos, como exemplo, os dados abaixo representam as exportações brasileiras em US$ milhões no ano de 2001, mês a mês:

Tabela 1.1 - Exportações (total em US$milhões)

Mês	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
US$	4538	4083	5167	4730	5367	5042	4965	5727	4755	5003	4500	4346

Fonte: Ministério do Desenvolvimento, Indústria e Comércio Exterior

1.2.1 Gráfico de Linhas

Esta é uma das formas mais simples de apresentação. O gráfico é apresentado com a união simples de retas entre os pontos do experimento. É muito útil principalmente quando se quer, em primeira instância, verificar tendências dos resultados obtidos. A figura 1.1 apresenta um gráfico típico de linhas.

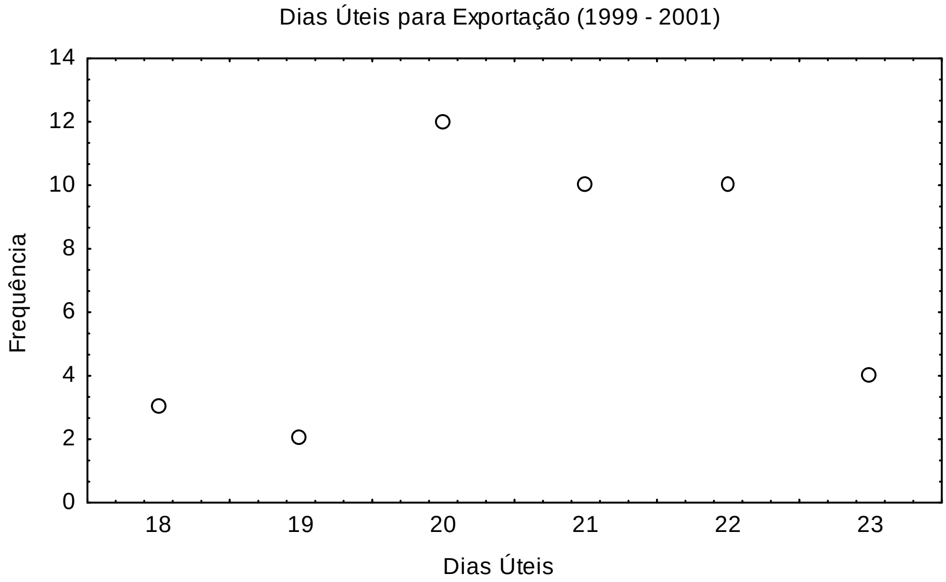


Figura 1.2: Gráfico de Pontos - Dias Úteis

1.2.2 Gráfico de Pontos

Esta forma de gráfico é bastante interessante quando se observam freqüências nos dados coletados. Neste caso, o leitor consegue visualizar o valor que mais se repete em uma amostragem. Este tipo de gráfico serve também para representar séries econômicas históricas.

Os dados a seguir são referentes à freqüência observada nos dias úteis mensais para exportação brasileira entre 1999 e 2001.

Tabela 1.2 - Freqüência de Dias Úteis Mensais (1999 - 2001)

Dias Úteis	Freqüência
18	3
19	2
20	12
21	10
22	10
23	4

Fonte:Ministério do Desenvolvimento, Indústria e Comércio Exterior

O gráfico então é feito colocando-se pontos nos valores observados, seguindo no eixo x e na freqüência com que aparecem na amostra no eixo y. A figura 1.2 mostra o gráfico de pontos.

1.2.3 Histograma

O histograma consiste em retângulos justapostos indicando em sua base o intervalo dos valores de dados do experimento cuja freqüência é representada pela altura do retângulo. O sentido é um pouco mais amplo do que o gráfico de pontos, pois o interesse neste caso não é quanto a um único valor, mas com relação a um intervalo de valores amostrados.

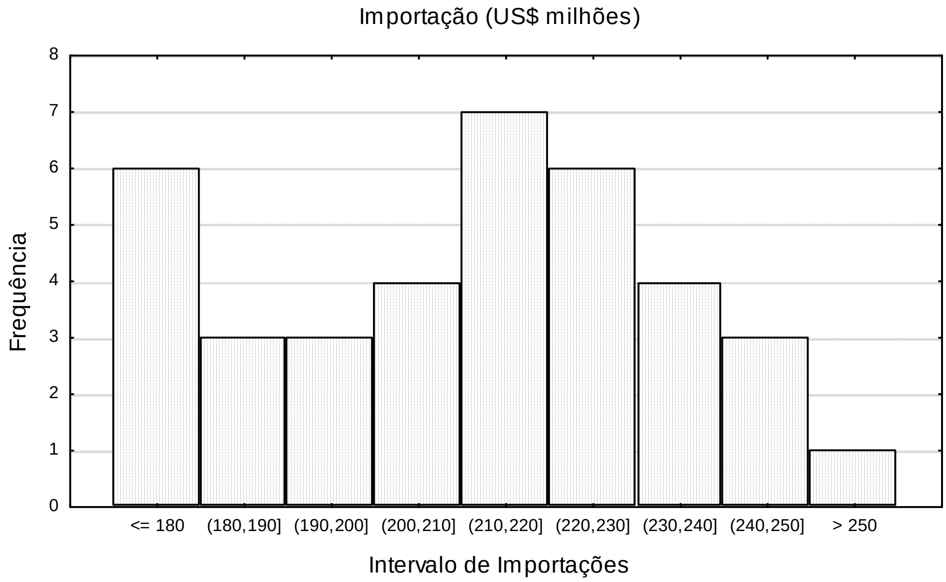


Figura 1.3: Histograma dos Valores de Importação Brasileira (1999-2002)

Os valores a seguir são correspondentes à média diária mensal de importação brasileira de Janeiro de 1999 a Janeiro de 2002.

Tabela 1.3 - Média Diária Mensal de Importação (US$ milhões)

183	175	176	183	194	212	183	203	202	223
226	193	170	192	212	210	213	219	232	235
252	247	252	243	228	222	247	230	234	238
220	221	218	216	210	174	172			

Fonte: Ministério do Desenvolvimento, Indústria e Comércio Exterior

O histograma representando os valores da Tabela 1.3 é apresentado na Figura 1.3 e pode-se notar alguns fatos interessantes. Por exemplo, ele auxilia a interpretar que o valor mais freqüênte de Importação está entre US$210 e US$220 milhões de média diária.

1.2.4 Gráfico de Barras

Assim como o histograma representa os valores obtidos no experimento em em termos de frequência para cada valor observado. A diferença é que não se utiliza este gráfico para intervalos amostrados, mas para os valores observados de maneira individual. A Figura 1.4 apresenta a representação dos valores para a importação brasileira da Tabela.1.3 no Exemplo 3.

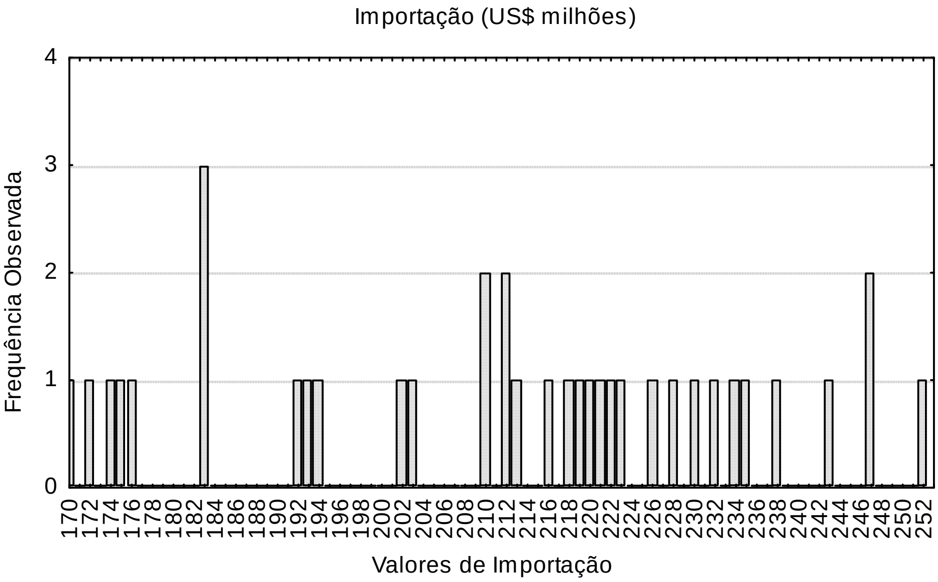


Figura 1.4: Gráfico de Barras - Importação Brasileira

1.2.5 Curvas de Nível

Este é um tipo bastante interessante de gráfico pois traça isolinhas para os pontos amostrados. Isto significa que uma vez o valor escolhido numa das linhas, percorrendo essa linha, todos os pontos para as posições x e y são iguais. A curva representa uma função em 3 dimensões como se fosse uma foto bidimensional de um terreno em 2D.

Exemplo 1 *A Tabela 1.4 a seguir apresenta os valores da execução orçamentária das despezas federais de Janeiro a Setembro de 1996 - 1999, para a Administração Federal e Saúde. Supõe-se que uma curva de ajuste boa para a relação gastos com administração x gastos com saúde seja,*

$$z = x^2 + y^2$$

onde x aqui é administração e y é saúde. Os dados reais são apresentados com os valores do orçamento em milhões de reais. Os dados foram obtidos do site do IPEA composto de medidas mensais da fonte do governo federal SIAF-CCONT / STN. As isolinhas para esses valores são as formas traçadas no gráfico da Figura 1.5.

Tabela 1.4 - Orçamento Federal (R$ milhões)

Administração	Saúde
6.532	13.219
18.091	11.836
19.442	10.986
19.740	10.220

Fonte: SIAF - CCONT / STN

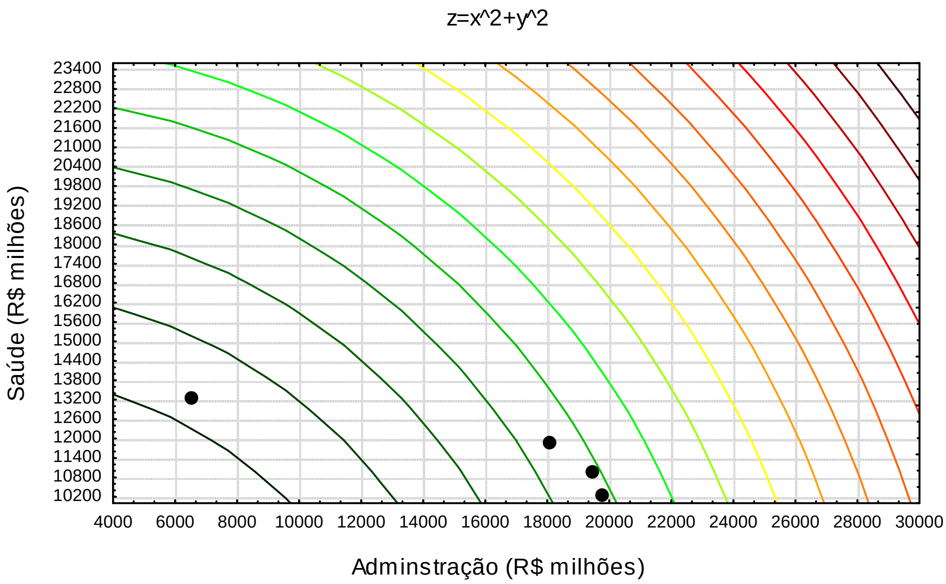


Figura 1.5: Isolinhas dos gastos federais

1.3 Medidas Descritivas dos Dados

Na seção anterior, foram apesentadas formas gráficas de representação dos dados de um relatório empresarial. Cabe ao gestor escolher e adequar a melhor forma de apresentação de seus resultados de forma a elucidar todos os fatos com uma simples visualização dos acontecimentos. No entanto, na maioria das vezes essa facilidade não é obtida e por várias razões. Seja pela complexidade do fenômeno, seja pela modelagem com um número extremamente grande de variáveis ou parâmetros, a simples escolha de um tipo de gráfico não consegue expressar quantitativamente a importância de certas relações existentes. Neste ponto cabe então fazer uso de formas quantitativas de extração de informações, através de medidas estatísticas que apresentem de forma rápida e suscinta as inter-relações existentes no fenômeno em estudo. Então, o gestor deve fazer uso de variável, como forma de representação genérica dos principais fatores decorrentes do experimento.

Uma variável pode ser discreta ou contínua, dependendo do tipo de estudo executado. Variável discreta é toda aquela relacionada a números inteiros, ou seja, entre um período ”t” de observação e outro ”t+1”, não se encontra valores amostrados. Normalmente esse tipo de variável é utilizado em problemas de contagem. Exemplos disso são contagens de firmas em concordata, nível de emprego, contagem do número de vagas abertas por uma empresa, etc.

Para uma variável contínua, como o próprio nome diz, os dados podem até serem observados de forma discreta, mas as relações empresariais por exemplo acontecem continuamente. Essas variáveis são sempre representadas por números reais. Um exemplo de variáveis contínuas é apresentado na Tabela 1.5.

Exemplo 2 *Apesar da taxa de desemprego no Brasil ser uma medida semanal ou mensal (em %) pode ser considerada como uma medida contínua no tempo, pois seus valores são números reais.*

Tabela 1.5 - Taxa de Desemprego No Brasil (Jan/1999 a Maio/2001, %)

7,73	7,51	8,16	8,02	7,70
7,84	7,54	7,68	7,37	7,53
7,32	7,30	7,60	8,20	8,10
7,80	7,80	7,40	7,20	7,10
6,70	6,80	6,19	4,83	5,70
5,73	6,46	6,51	6,86	

Fonte: SEADE

O primeiro tratamento representativo para extração de informação dessa coleta é através de uma tabela, conhecida como tabela de classes. Nesse tipo de tabela deseja-se informar a variação dos dados separados em classes de importância e não de maneira isolada. Assim, algumas definições precisam ser colocadas.

(i) **Dados Brutos (n)** - Dados ainda não organizados, como na Tabela 1.5.
(ii) **Rol -** É o arranjo dos dados brutos em ordem crescente ou decrescente.
(iii) **Range ou Amplitude Total** - É a diferença entre o maior e o menor valor observado.
(iv) **Freqüência Absoluta da Classe (F)** - Número de vezes que o elemento aparece na amostra ou o número de elementos pertencentes a uma classe.
(v) **Número de Classes (k)** - existem duas maneiras para determinar um número adequado de classes.
(a) Número será k = 5 se o número de dados for menor ou igual a 25.
(b) Para número de dados superior utiliza-se

$$k = \sqrt{n}$$

(vi) **Amplitude das Classes (h)** -

$$h = \frac{Range}{k}$$

(vii) **Limite das Classes** - Li : Limite Inferior ; Ls : Limite Superior

Li j——j Ls : Comprende os valores Li e Ls
Li j—— Ls : Não compreende o valor Ls
Li ——j Ls : Não Compreende o valor Li

(viii) **Pontos Médios das Classes (PMi) -** É a média dos valores limtantes das classes.

$$PM_i = \frac{L_i + L_s}{2}$$

(ix) **Freqüência Absoluta Acumulada Direta (Fac) -** É a soma das freqüências absolutas dos valores inferiores ou igual ao valor da freqüência da classe.
(x) **Freqúência Relativa (f) -** Porcentagem do número de dados da classe em relação ao total de dados.

$$f = \frac{F}{n}$$

Uma vez colocadas essas definições, os 29 dados brutos da Tabela 1.5 podem informar melhor segundo a Tabela 1.6 (tabela de classes) para o nível de desemprego no país.

Tabela 1.6 - Tabela de Classes para Nível de Desemprego no Brasil (Jan/1999 a Maio/2001)

Classes	F	f	PM	Fac
4,83|------5,504	1	0,034 (3,4%)	5,16	1
5,504|-----6,178	2	0,068 (6,8%)	5,60	3
6,178|-----6,852	5	0,172 (17,2%)	6,51	8
6,852|-----7,526	8	0,275 (27,5%)	7,18	16
7,526|-----8,20	13	0,448 (44,8%)	7,86	29
total	29	1 (100%)		29

Fonte: SEADE

Essa tabela é bastante útil na construção do histograma e mostra qual a classe de concentrações (em percentagem) mais freqüentes de desemprego. Pode-se observar que a maior freqüência de percentagem ocorre para as classes entre 7,526% a 8,20 %, de desemprego o que corresponde a 44,8% dos dados (freqüência relativa).

1.3.1 Medidas de Posição

As medidas de posição são definidas de modo a apresentar o valor em torno do qual os dados se distribuem. Essas medidas são também conhecidas como medidas de tendência central pois estabelecem uma indicação do elemento central da amostragem realizada. As principais medidas são a média, mediana e moda.

Média Aritmética

(i) **Dados não agrupados**. Sejam x_1; x_2; ...; x_n valores da variável x. A média aritmética para os dados brutos, coletados em um experimento será:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

(ii) **Dados agrupados em tabela de freqüência**. Sejam x_1; x_2; ...; x_n com freqüências F_1; F_2; ...; F_n respectivamente. Assim a média será:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i F_i}{n}$$

Exemplo 3 *A Tabela 1.7 representa o número de cheques sem fundos devolvidos na segunda vez em cada 1000 cheques apresentados, de Maio de 2001 a Maio de 2002.*

Tabela 1.7 - Cheques Sem Fundo (média /1000)

Devolução	Freqüência Absoluta
14,1	4
13,7	2
13,6	2
14,5	2
16,2	1
14,9	1
12,6	1

Fonte: Serasa

A média aritmética no caso para a Tabela-1.7 é 14,1 cheques entre Maio de 2001 e Maio de 2002 para cada 1000 apresentados.

(iii) **Dados Agrupados em Tabela de Classes**. As Classes são representadas pelos seus pontos médios, conforme a Tabela 1.6. Neste caso a média é calculada

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} PM_i F_i}{n}$$

Observando a Tabela de Classes 1.6, pode-se calcular a sua média pela fórmula anterior, a qual fornece o valor médio $\bar{x} =$ 7,19.

Mediana

Um valor é dito mediano, quando ele divide o conjunto de dados do experimento em dois subconjuntos com igual número de elementos. Sua notação em geral é $\tilde{x}$:

(i) **Dados não agrupados**. Sejam os dados

5 7 8 10 14 A mediana é $\tilde{x}$ = 8

5 7 8 10 14 15 A mediana é $\tilde{x}$ = 9

Assim, uma maneira de se encontrar a mediana de um conjunto composto por dados brutos seria da seguinte forma. Se o número de dados ”n” é ímpar, a mediana é o elemento central (n+1)/2, caso contrário a mediana será a média dos elementos centrais formados por [n/2 , (n/2)+1].

(ii) **Dados agrupados por freqüência**. Neste caso, cria-se uma nova coluna das freqüências acumuladas diretas para auxílio na escolha da mediana. A Tabela 1.7 passaria para a forma da Tabela 1.8 a seguir.

Tabela 1.8 - Cheques Sem Fundo (média /1000)

Devolução	Freqüência Absoluta	Freqüência Relativa
14,1	4	4
13,7	2	6
13,6	2	8
14,5	2	10
16,2	1	11
14,9	1	12
12,6	1	13

Fonte: Serasa

Neste caso n=13 é ímpar. Tem-se então neste caso que (n + 1)/2=7, o que significa que o sétimo elemento corresponde ao elemento mediano desse conjunto de valores de cheques devolvidos. Logo a mediana será 13,6 diferente da média que é de 14,1.

(iii) **Dados Agrupados em Tabela de Classes**. Neste caso será necessário uma fórmula de interpolação para se encontrar o elemento mediano. Deve-se ressaltar que esse valor é apenas representativo e que não necessariamente fará parte da amostra. Os passos a seguir serão:

(a) Calcula-se a ordem (n/2) não se preocupando se for par ou ímpar pois a variável será contínua. A classe da mediana é aquela cuja freqüência acumulada até ela é maior ou igual a n=2 e a imediatamente anterior menor que n/2.

(b) Utiliza-se a seguinte fórmula de interpolação:

$$\tilde{x} = L_{md} + \frac{\left(\frac{n}{2} - \sum f\right)}{F_{md}} \times h$$

onde

L_{md} : limite inferior da classe da mediana.

n : tamanho da amostra

$\sum f$: freqüência acumulada da classe imediatamente anterior à da mediana.

h : Amplitude da classe da medina

F_{md} : freqüência absoluta da classe da mediana.

Assim, como exemplo, observando a Tabela 1.6 a classe da mediana seria a quarta classe, ou seja,

6,852 |------------- 7,526

uma vez que o décimo quarto elemento (n/2) pertence a essa classe. Então o cálculo da mediana seria:

$$\tilde{x} = 8 + \frac{(14{,}5-8)}{16} \times (0{,}674) = 8{,}27$$

Existem ainda medidas alternativas para se dividir os dados em quatro partes iguais, dez e cem partes. Elas são conhecidas como Quartis, Decis e Percentis respectivamente. A única alteração na fórmula é a troca de n/2 por n/4 no caso de Quartis, n/10 no caso de Decis e n/100 no caso de percentis. Os limites e as freqüências acumuladas diretas também são trocados pelos limites das classes dos Quartis, Decis e Percentis.

Moda

Essa medida representa o elemento mais freqüênte na amostragem, ou seja, aquele que mais se repete.

(i) **Dados não agrupados.**

Exemplo 4 *Sejam os dados de uma amostragem composta por 2,7,9,5,6,3,7,4,1,7. A moda neste caso é o número 7.*

(ii) **Dados em Tabela de Classes.** Da mesma forma que na mediana faz-se necessária a interpolação dos dados para encontrar a moda. Deve-se seguir os seguintes passos:
(a) identifica-se a classe modal, ou seja, aquela que tenha a maior freqüência absoluta.
(b) Utiliza-se a fórmula:

$$Mo = L_i + \frac{(F_i - F_{i-1})}{2F_i - F_{i-1} - F_{i+1}} \times h$$

Li : limite inferior da classe modal.
Fi : freqüência absoluta da classe modal
F_{i-1}: freqüência absoluta da classe imediatamente anterior à classe modal.
F_{i+1}: freqüência absoluta da classe imediatamente posterior à classe modal.
h : amplitude da classe modal.

Novamente observando a Tabela 1.6 de classe pode-se observar que a classe modal é a última classe com 13 elementos. Então aplicando-se a fórmula da moda tem-se:

$$Mo = 7{,}526 + \frac{(13-8)}{2 \times 13 - 8 - 0} \times 0{,}674 = 7{,}713$$

1.3.2 Medidas de Dispersão

Uma vez conhecida as medidas de posição de uma curva representativa dos dados de uma avaliação financeira ou empresarial, faz-se necessário saber se esta coleta é representativa da população de dados em estudo ou não. Torna-se indispensável então, o conhecimento da dispersão desses dados em relação as medidas de posição, principalmente em relação a média. São quatro as medidas a serem apresentadas.

Amplitude Total

Essa medida é muito simples e constitui na primeira avaliação sobre a natureza da amostragem. A amplitude total é a diferença entre o maior valor e o menor valor dos dados coletados. Sua utilização é bastante limitada pois apenas depende da dispersão dos valores extremos, não sendo afetada pela dispersão dos valores internos.

Variância

A variância mede a dispersão dos dados em torno da média. A título de exemplo, suponha-se que se tem o seguinte conjunto de dados

A = {3, 4,5,6,7}

onde a média desse conjunto é 5. Calculando-se o desvio das unidades do conunto A em relação à média tem-se:

$$d_1 = x_1 - \bar{x} = -2$$
$$d_2 = x_2 - \bar{x} = -1$$
$$d_3 = x_3 - \bar{x} = 0$$
$$d_4 = x_4 - \bar{x} = 1$$
$$d_5 = x_5 - \bar{x} = 2$$

Esta soma de desvios poderia servir como medida de dispersão não fosse o seguinte fato em que $\sum_{i=1}^{5} d_i = 0$. Ou seja, todas as diferenças dos dados de uma amostra em relação ao elemento central se anulam. Elevando-se esses desvios ao quadrado para eliminar este problema e somando-os tem-se:

$$sqd = \sum_{i=1}^{5} d_i^2 = \sum_{i=1}^{5} (x_i - \bar{x})^2$$

Acontece que como está, essa medida cresceria indefinidamente a medida que novos dados fossem sendo coletados. Logo, para que esse valor não se torne indefinidamente crescente, pondera-se a medida *sqd*, dividindo-a pelo número de dados, ou seja,

$$sqd = \sigma^2 = \sum_{i=1}^{5} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{5}$$

Esta forma de medida passa a ser chamada então de variância populacional, uma vez que foi ponderada por todos os termos amostrados. As vezes, nossa intuição em coletar dados nos trai em favor de alguns pontos mais favoráveis conhecidos como viés ou tendenciosidade na amostragem. Uma primeira medida de correção a se fazer é dividir as somas dos desvios não pelo total ”n” de dados, mas por ”n-1” dados. A teoria de probabilidade nos prova que este é um bom ”truque” de correções de tendenciosidade na amostragem. Logo, a segunda medida de variância será:

$$s^2 = \sum_{i=1}^{5} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{5-1}$$

onde a nova medida passa a ser chamada de variância amostral. De modo geral pode-se então afirmar que para um conjunto de n dados, tem-se os dois tipos de variâncias:

- **variância populacional**

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

- **variância amostral**

$$s^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

A variância amostral para o conjunto A descrito anteriormente será 2,5. No caso de se ter dados já apresentados em tabela de freqüências, o cálculo da variância pode ser realizado diretamente através de:

$$s^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2 \times F_i}{n-1}$$

onde a variável Fi representa a freqüência absoluta dos dados.

Exemplo 5 *A tabela 1.7 apresenta a devolução de cheques em tabela de freqüência. Para este exemplo a média encontrada foi 14,1 e neste caso a variância amostral pode ser calculada da seguinte forma:*

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{13-1}\Big[(14{,}1-14{,}1)^2 \times 4 + (13{,}7-14{,}1)^2 \times 2 + (13{,}6-14{,}1)^2 \times 2 + (14{,}5-14{,}1)^2 \times 2 + \\ &\quad + (16{,}2-14{,}1)^2 \times 1 + (14{,}9-14{,}1)^2 \times 1 + (12{,}6-14{,}1)^2 \times 1\Big] \\ &= \frac{8{,}44}{12} \\ &= 0{,}703 \end{aligned}$$

A última forma da apresentação da variância é quando se tem os dados em forma de tabela de classes. Neste caso o cáclulo da variância será:

$$s^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(PM_i - \bar{x})^2 \times F_i}{n-1}$$

onde PMi é o ponto médio de cada classe.

Exemplo 6 *Utilizando-se da Tabela 1.6, foi encontrado na seção anterior a média para a tabela de classe de 7,19% de nível de desemprego. A variância amostral para este exemplo é 0,618.*

Desvio-Padrão

Esta medida fornece ao pesquisador uma maneira de saber matematicamente a oscilação em torno dos dados. O desvio-padrão fornece qual o grau de confiabilidade dos dados em torno da média. Sabe-se da teoria da Probabilidade que se um conjunto de dados contínuos para ser considerado como um conjunto de dados com distribuição Normal, 68% dos dados devem estar em torno da média no intervalo [Média-Desvio-padrão; Média+Desvio-padrão]. Assim, o desvio-padrão é a raiz quadrada da medida da variância, ou

$$dp = \pm\sqrt{s^2}$$

Coeficiente de Variação

Essa é uma medida relativa da dispersão, ou seja, em porcentagem quanto a variabilidade influencia na confiança da média calculdada. Com um coeficiente de alto grau (por exemplo acima de 50%) não se pode dizer que a média encontrada é representativa para a amostragem realizada. Assim, uma maneira de calcular o coeficiente de variação é relativizar o desvio padrão em relação à média:

$$cv = \frac{s}{\bar{x}}$$

Exemplo 7 *Para a tabela 2.6, pode-se saber se a média encontrada de nível de desemprego é representativa. A média foi de 7,19% de desemprego. Sendo o desvio padrão ±0,786 o coeficiente de variação será:*

$$cv = \frac{0{,}786}{7{,}19} = 0{,}109$$

ou 10,9% de variação. Assim, agora pode-se concluir que a média encontrada é representativa para os dados a respeito do nível de desemprego no país.O *cv* indica que existe uma variabilidade de cerca de 11% ao valor encontrado pela média.

1.3.3 Medidas de Assimetria

Este tipo de medida é bastante útil quando se deseja saber a forma da curva que os dados da amostra se assemelham. Esta curva pode ser simétrica quando a área em relação as medidas de posição são iguais, tanto a frente quanto atrás da média, mediana e moda. Quando essas áreas são diferentes, diz-se que a curva é assimétrica. Essa assimetria será positiva quando o coeficiente de assimetria (AS) é postivo, indicando que o valor modal é inferior ao valor médio. A assimetria será negativa quando o valor modal for maior que o valor médio. O coeficiente de assimetria pode ser calculado como

$$AS = \frac{\bar{x} - Mo}{s}$$

onde o x é o valor médio, Mo o valor modal e s o desvio-padrão. No entanto essa fórmula as vezes pode apresentar um inconveniente. Muitas vezes não se tem um valor modal, ou se tem muitos valores modais. Nestes casos, uma fórmula alternativa é o coeficiente de Pearson que faz uso do valor mediano e dos Quartis na forma,

$$AS = \frac{Q_3 + Q_1 - 2\tilde{x}}{Q_3 - Q_1}$$

onde os Q representam os Quartis terceiro e primeiro e o valor mediano é representado pelo símbolo $\tilde{x}$.

TÓPICO 2
Noções de Projeções Quantitativas

2.1 Introdução

Foi visto no tópico anterior, que a representação de dados é extremamente importante, principalmente para uma apresentação prévia de idéias acerca da pesquisa desenvolvida e resultados preliminares. Tanto gráficos quanto tabelas, quando adequadamente colocados em relatórios financeiros, fornecem ao leitor uma visualização rápida e precisa sobre o assunto do estudo. Em estudos e relatórios financeiros de empresas é freqüênte o aparecimento de resultados envolvendo mais aspectos probabilísticos do que determinísticos.

A teoria das probabilidades surge como um elo importante entre a coleta de dados e a percepção de regras induzidas e inferidas através das medidas. Essa teoria tem como espaço fundamental de sua existência o espaço amostral, lugar onde todos os resultados possíveis dos experimentos aleatórios se encontram. Eventos são por assim dizer, objetos de estudo, induções que se fazem a partir das medidas coletadas dos experimentos aleatórios. A esses eventos, números reais traduzem sua probabilidade de ocorrência, transformando as possibilidades aleatórias do campo dos eventos no espaço amostral em números reais.

A transformação dos resultados inferidos desses eventos em números reais, quantificando-os, é possível através de uma função, que carrega as possibilidades do espaço amostral para o espaço dos números reais. Essa função recebe o nome de variável aleatória. Apesar do nome, uma variável aleatória não é de forma alguma uma variável, mas uma função. Uma vez realizada uma auditoria (por exemplo), elaborado os eventos, e conhecidas as variáveis aleatórias, é possível a tradução matemática e computacional das possibilidades.

Uma vez elaborada essa percepção de limite para a probabilidade de um evento, percebe-se que algumas características especiais se mantêm para experimentos que, embora fossem aleatórios, tinham resultados de probabilidades semelhantes. Na verdade percebe-se que as probabilidades se guiam por certa distribuição das freqüências dos resultados positivos dos experimentos, denominadas então de distribuições de probabilidades.

2.2 Modelos Estatísticos – Distribuição Normal

Existem diversas distribuições de probabilidade, cada qual com sua hipótese ideal para uma boa utilização e previsão de resultados dos modelos. As vezes duas ou três distribuições poderão servir e ajudar o pesquisador na previsão de eventos aleatórios. No entanto, estas distribuições e densidades apresentadas são todas conhecidas como parte de modelos quantitativos. Esses modelos probabilísticos partem do pressuposto básico de que o tamanho da amostragem da população é adequado ao estudo dos eventos à eles associados. No entanto, para pequenas amostras, elas não são válidas e o pesquisador deverá realizar seus estudos através de modelos estaísticos conhecidos como modelos não paramétricos.

Principal modelo de representação estatística, a modelagem gaussiana ou normal baseia-se na curva de Gauss. Uma variável aleatória *x*, assumindo valores $-\infty \leq x \leq \infty$ têm distribuição normal ou gaussiana se sua densidade de probabilidade for:

$$f(x) = \frac{1}{(dp)\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-media)^2}{2(dp)^2}}$$

onde *dp* é o desvio padrão.

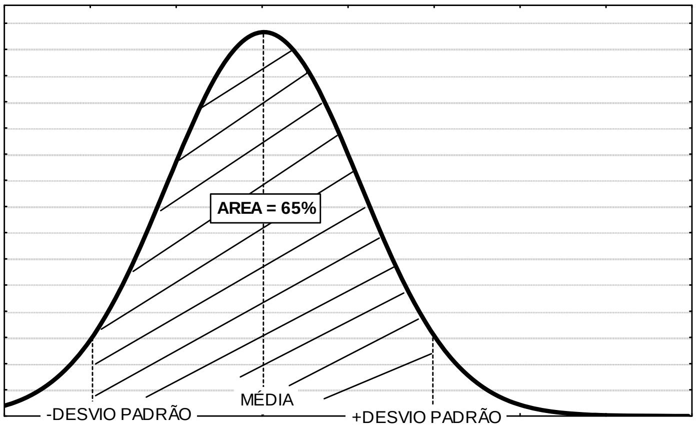


Figura 2.1: Densidade de Probabilidade Normal

O que faz desse modelo de probabilidades ser o mais importante? O teorema a seguir é a garantia da utilidade desse modelo para um grade conjunto de dados.

Teorema: teorema do limite Central

Sendo x_1 , x_2 , ... , x_n uma seqüência de variáveis aleatórias então quando o número de dados amostrados tende a ser superior a 30, sendo estes dados amostrados de maneira independente pode-se afirmar que o valor da variável

$$z = \frac{x - media}{dp}$$

tem uma distribuição normal. Diz-se que z é na verdade uma normalização da seqüência de dados x. Essa distribuição está em tabelas com média zero e variância 1 e auxiliam no estudo de eventos aleatórios associados à variação dos parâmetros abordados.

2.3 Modelos de Estimação Linear

Chama-se de modelo de estimação linear aquele modelo matemático utilizado para a identificação de um padrão, uma tendência estatística significativa que segue próximo a retas ou curvas onde os parâmetros são lineares. Se inserem neste tópico os modelos do tipo regressão linear e não linear, muito úteis quando existe uma boa correlação entre os dados amostrados, mas sem dinâmica para se adaptar à outro conjunto de dados.

2.3.1 Regressão Linear

O termo regressão linear vem de estudos realizados por Galton e comprovados por Pearson, onde se observou que filhos de uma geração tendiam ser de menores estaturas que a geração de seus pais, se estes fossem altos, e de maiores estaturas se estes pais fossem baixos. Nas palavras de Galton os filhos tinham uma regressão de estatura à média da população. Ou seja, há uma tendência em que as estaturas dos filhos se aproximem da média da população.

Em termos mais objetivos, uma regressão determina a relação existente entre uma característica qualquer de interesse experimental, representada por uma variável chamada dependente, e outra característica representada por uma variável chamada independente quando ambas possuem forte relação.

A reta de mínimos quadrados que se ajusta ao conjunto de pontos n pontos $(x_1,y_1),(x_2,y_2),...,(x_n,y_n)$ tem a equação:

$$y = \hat{a} + \hat{b}x$$

onde as constantes $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são determinadas pela resolução simultânea do sistema de equações

$$\hat{a} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$\hat{b} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

O parâmetro $\hat{a}$ é o coeficiente linear da reta de regressão e o parâmetro $\hat{b}$ é o coeficiente angular da reta.

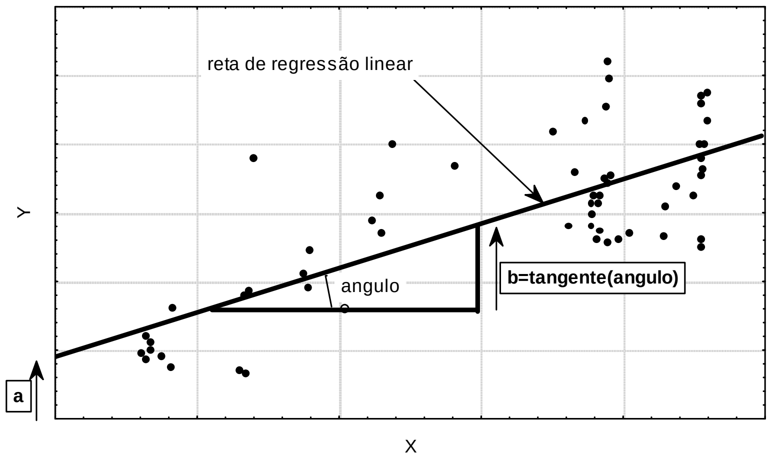


Figura 2.2 – Reta de Regressão Linear

Uma outra maneira de encontrar o estimador para o coeficiente linear da reta de regressão a é a utilização das médias dos valores das variáveis x e y, ou seja,

$$\hat{a} = \overline{y} - \hat{b}\overline{x}$$

onde as barras em cima de x e y indicam suas respectivas médias.

TÓPICO 3
Estimando Tendências Financeiras

3.1 Modelos de Tendências

3.1.1 Modelo de Regressão Linear - Linear (Lin-Lin)

Este tipo de regressão é utilizado quando um aumento unitário na variável x produz aumento absoluto de $\hat{b}$ vezes na variável y.

Exemplo 1 *Dados do IPEA mostram a relação entre criação de postos de trabalho no ano de 1998 e o rendimento médio real das pessoas ocupadas em relação a 1997. Esses dados são apresentados na tabela 2.1*

Tabela 3.1 - Indicadores de Desemprego e Rendimento

Rendimento Médio Mensal (%)	Massa Salarial das Pessoas Ocupadas (em 1000 pessoas)
4,55	-193
4,09	-435
3,91	-151
3,02	-112
1,71	-29
1,13	-80
0,46	-138
-0,03	39
-0,3	131
-0,49	98
-0,43	-23
-0,45	-6

Fonte: IPEA

Primeiro constrói-se uma tabela de regressão, começando do menor número para o maior. Essa regressão pode ser de uma variável para a outra conforme for o desejo do gestor. Pode-se portanto querer a visualização de rendimento para massa salarial ou vice-versa. Quando escolhido o sentido a variável assumida como visualizada no eixo x recebe o nome de variável independente e a outra no eixo y o nome de variável dependente. Adotou-se então como x a criação de empregos e y o rendimento. A tabela com o rol dos valores será:

x	-435	-193	-151	-138	-112	-80	-29	-23	-6	39	98	131
y	4,09	4,55	3,91	0,46	3,02	1,13	1,71	-0,43	-0,45	-0,03	-0,49	-0,3

A regressão linear para este caso será:

$$emp = 0{,}65 - 0{,}103 \times rend$$

A Figura-3.1 apresenta a relação entre os pontos dos dados e a reta de regressão encontrada. Neste caso, a equação diz que um aumento de 1 posto de trabalho leva a uma diminuição de 0,103% no rendimento. Neste caso do modelo Lin-Lin, a análise é feita em cima dos dados absolutos. Mas um caso de interessante análise é em termos de percentagem.

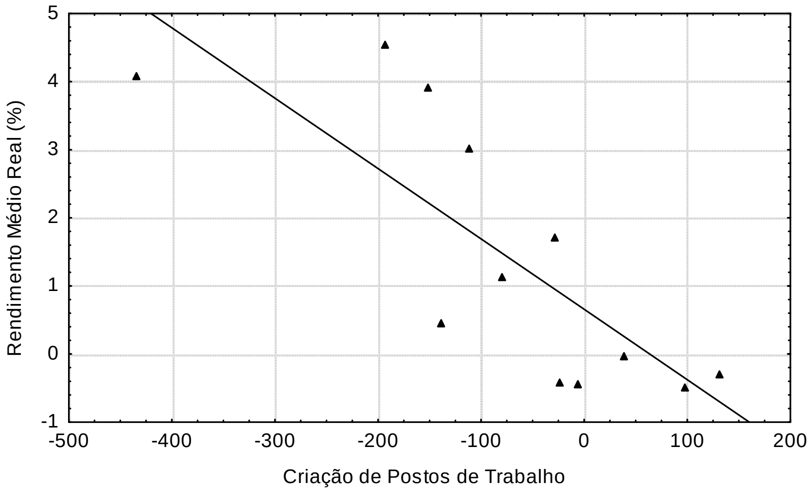


Figura 3.1 – Postos de Trabalho x Rendimento

3.1.2 Modelo de Regressão Log-Log

Este modelo é interessante quando deseja-se um estudo de variações percentuais nas variáveis envolvidas. Neste caso,

$$\ln y = a + b \ln x$$

onde agora um aumento de 1% em x produz um aumento de b% em y.

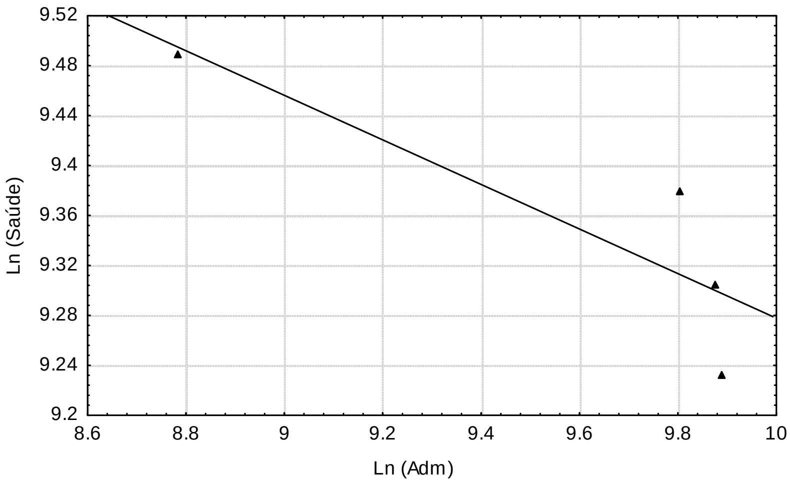


Figura 3.2: Gastos da Administração e Saúde (Ln)

Exemplo 2 *A tabela a seguir apresenta os valores em milhões de reais gastos pelo governo federal de 1996 a 1999 na adminstração federal e na saúde*:

Tabela 3.2-Orçamento Federal(1996-1999)

Adminstração (milhões R$)	Saúde (milhões R$)
6.532	13.219
18.091	11.836
19.442	10.986
19.740	10.220

Fonte: SIAFI-CCONT/STN

A reta de regressão linear utilizando o modelo Log-Log é ajustada como

$$\ln(saude) = 11{,}06 - 0{,}17 \times \ln(Adm)$$

onde agora o coeficiente angular indica percentagens. A interpretação é que um aumento 1% nos gastos com a administração federal provoca uma redução anual de 0,17% no orçamento da saúde. O gráfico da Figura-3.2 mostra essa relação de regressão linear do modelo Log-Log.

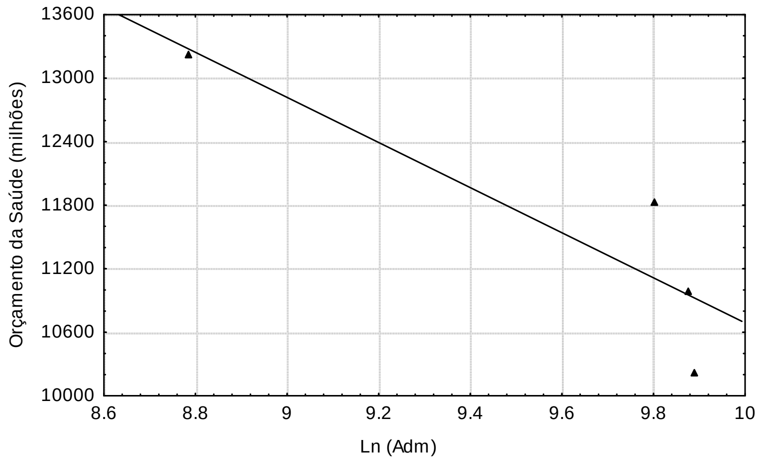


Figura 3.3: Ln(Adm) x Orçamento Saúde

3.1.3 Modelo de Regressão Lin-Log

Este tipo de modelo é usado quando o interesse é o estudo do parâmetro b indicando crescimento em percentagem na variável x provocando aumentos absolutos na variável y. O modelo é:

$$\mathrm{y = a + b \times ln(x)}$$

Para a tabela do orçamento do governo federal para a adminstração e saúde, a regressão é

$$Saude = 31982 - 2129 \times \ln(Adm)$$

onde indica que um aumento de 1% na adminstração provoca uma queda de 2129 milhões de reais para o orçamento da saúde.

3.1.4 Modelo de Regressão Log-Lin

Este tipo de modelo é usado quando o interesse é o estudo do parâmetro b indicando crescimento em unidades na variável x provocando aumentos em percentagem na variável y. O modelo é:

$$\ln y = a + b \times x$$

Neste caso, aumentos de 1 unidade em x provocam aumentos de b% em y: Para a tabela do orçamento, a reta de regressão é

$$\ln(saude) = 9{,}59 - 0{,}000015 \times Adm$$

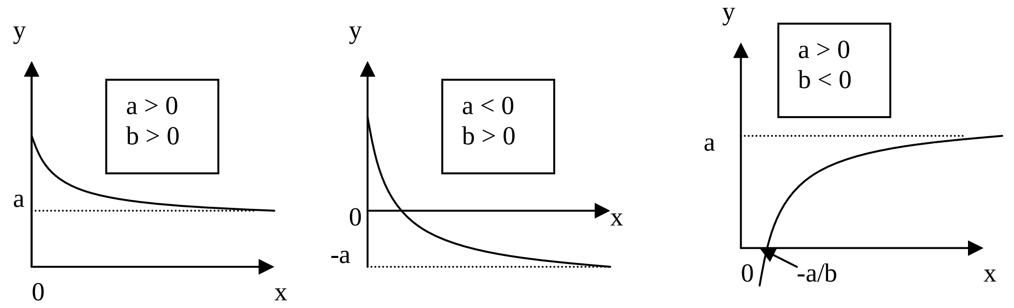
onde um aumento de R$1,00 no orçamento da adminstração federal provoca uma queda de 0,000015% no orçamento da saúde. Em valores absolutos para cada R$1,00 a mais na admistração significa uma perda de R$2,00 para a saúde, de 1996 a 1999.

3.1.5 Modelo de Regressão de Recíprocos

Este modelo é bastante típico quando se estuda fenômenos que crescem ou decrescem indefinidamente em uma variável mas permanece sob um certo nível de estabilidade em outro. Normalmente são curvas típicas como decaimento exponencial ou crescimento logístico. O modelo é representado pela equação:

$$y_i = a + b\left(\frac{1}{x_i}\right)$$

onde agora "a" indica um patamar máximo da variável y se ele for positivo e mínimo se ele for negativo, enquanto "b" indica a concavidade da curva. Se b > 0, indicará que a curva é decrescente até o patamar limite "a" com concavidade voltada para cima, caso contrário, se b < 0, indicará uma curva crescente com concavidade voltada para baixo.



Exemplo 3 Dados do IPEA mostrando a relação entre rendimento médio real das pessoas ocupadas com a massa salarial real das pessoas ocupadas é apresentada na tabela-2.3 para o ano de 1997.

Tabela3.3-Rendimento x Massa Salarial

Rendimento(%)	Massa Salarial(%)
2,63	3,70
1,82	3,18
1,01	2,36
0,99	2,18
1,23	2,25
1,23	2,09
1,14	1,96
1,23	1,84
1,37	1,78
1,61	1,88
1,84	1,98
2,011	2,11

Para saber a relação existente de rendimento para massa salarial (ocupação), adota-se como x o rendimento e como y a massa salarial. Os dados do rendimento são então transformados invertendo-se seus valores e procurando uma regressão linear do tipo modelo Lin-Lin mas não mais com os dados originais, mas com os dados $\frac{1}{x} \times y$

Neste exemplo pode-se observar que a equação de recíprocos ajustada à tabela de dados é:

$$\hat{y} = 3{,}28 - 1{,}424\left(\frac{1}{\hat{x}}\right)$$

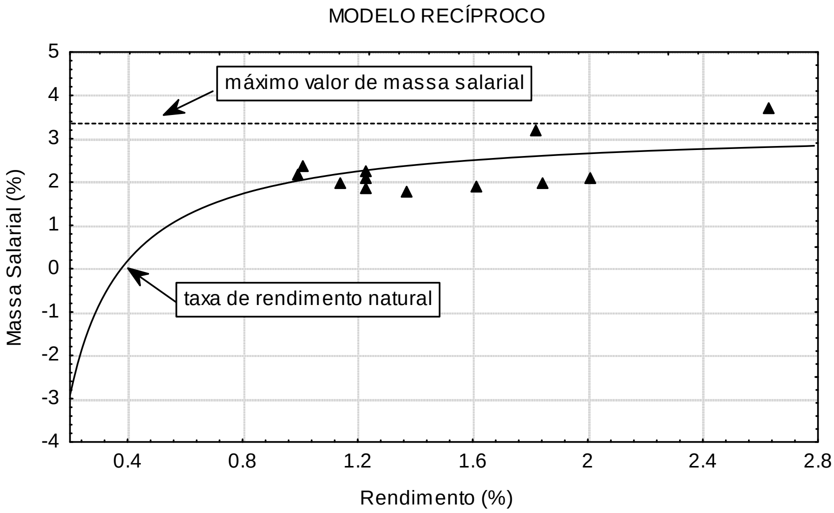


Figura 3.4 – Modelo de Recíprocos para Rendimento x Massa Salarial

A interpretação do gráfico da Figura 3.4 é que quando x aumenta indefinidamente, y só poderá crescer até 3,28%, ou seja, por mais que se tente aumentar o rendimento salarial, não haverá possibilidade de que a massa salarial ultrapasse os 3,28%. O interessante é que ainda se pode descobrir uma taxa de crescimento natural para o rendimento. Para tanto, basta assumir que o número de trabalhadores ocupados não suba de um ano para outro (y = 0) e encontra-se uma taxa de 0,434% de rendimento. Como tinha sido mencionado anteriormente, como o valor de b < 0, observa-se a concavidade da curva voltada para baixo.

3.1.6 Coeficiente de Correlação

Todos os modelos apresentados anteriormente só poderão ter algum sentido científico e econômico se houver uma comprovação de um bom grau de relacionameto entre as variáveis. A medida estatística desse grau de relacionamento é conhecida como coeficiente de correlação que tem como fórmula:

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}}$$

O coeficiente de correlação é na verdade uma medida que mede o grau de relacionamento entre as variáveis em percentagem. Por isso, seu valor pode oscilar entre -1 e +1, ou seja, -1 ≤ r ≤ 1: Quando r = 0 indica que as variáveis não se relacionam, e qualquer aplicação dos modelos apresentados nas seções anteriores tornam-se cientificamente erradas. Na verdade, pode-se afirmar que existe regressão de uma variável em relação a outra se, com segurança, o coeficiente de correlação for superior a 50% ou seja, r = 0,5 (ou r = -0,5):

Para as tabelas 3.1, 3.2 e 3.3 utilizando a fórmula para calcular o coeficiente de correlação entre as variáveis de cada problema, encontra-se:

Modelo Lin-Lin: r = 0,79 (79 %)
Modelo Log-Log: r = 0,87 (87 %)
Modelo Log-Lin: r = 0,89 (89 %)
Modelo Lin-Log r = 0,89 (89 %)

Observa-se portanto uma boa relação entre as variáveis abordadas. No entanto, para o Modelo de Recíprocos, o valor de r = 0,48 (48 %), um valor relativamente baixo. Isto mostra que este modelo, apesar de fornecer uma boa interpretação, necessita ser melhor adequado, ou seja, necessita de mais dados para uma melhor identificação dos parâmetros.

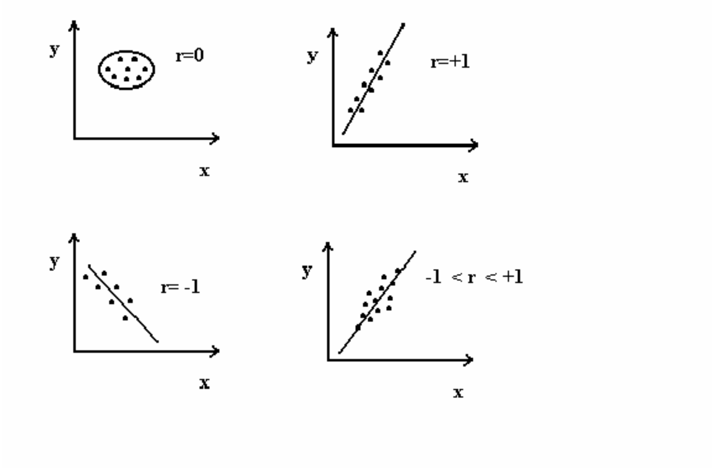


Figura 3.5 – Coeficiente de Correlação

3.2 Covariância e Correlação

Como visto anteriormente o coeficiente de correlação identifica em porcentagem as influências entre duas variáveis analisadas. No entanto pode ser conveniente tentar encontrar uma relação existente entre os dados de uma variável e quanto eles são autoinfluênciados com o decorrer do tempo. Essa estatítica a ser adotada recebe o nome de correlação e tem uma importante aplicação no mercado de capitais para análise de possíveis volatilidades sazonais nos preços de uma ação.
A fórmula é:

$$Corr(t,t+s) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i(t) \times x_i(t+s)}{n}$$

Quando são analisados valores de uma única variável a correlação recebe o nome especial de autocorrelação e quando relaciona-se a duas variáveis recebe o nome de correlação cruzada (cross-correlation em inglês). O termo s determina qual a relação com o tempo inicial que está sendo calculada.

Exemplo 4 *Suponha o conjunto de valores: 2, 3, 1 . Suponha também que esses valores foram obtidos para os tempos t=0,1 e 2. Qual será a autocorrelação desta variável?*

$$Corr(0,0) = \frac{2^2 + 3^2 + 1^2}{3} = \frac{14}{3}$$

$$Corr(0,1) = \frac{2 \times 3 + 3 \times 1}{3} = \frac{9}{3}$$

$$Corr(0,2) = \frac{2 \times 1}{3} = \frac{2}{3}$$

Observe que o termo s indica o salto do tempo que está sendo fornecido no cálculo do produto dentro do somatório. Com este resultado o gestor poderá verificar que duas unidades de tempos a frente (dias,meses ou anos) a importância dos valores no tempo zero serão bem menos importante para a volatilidade dos dados.

A outra medida importante é a matriz de covariâncias ou somente conhecida como covariancias dos dados amostrados. A matriz de covariâncias fornece uma informação compactada da correlação entre diversas variáveis envolvidas dentro e suas respectivas variâncias. Em termos matemáticos a matriz de covariâncias pode ser apresentada da seguinte forma:

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & r_{12} \times \sigma_1 \times \sigma_2 \\ r_{12} \times \sigma_1 \times \sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

onde r_{12} é o coeficiente de correlação entre as variáveis 1 e 2 ; σ^2_i é a variância e σ_i é o desvio-padrão. Quando relacionada com preços nos mercados de capitais, os valores das ações empresariais são multiplicados pelas células da matriz Ω, tornando-se

$$\Omega = \begin{pmatrix} x_1^2 \times \sigma_1^2 & x_1 \times x_2 \times r_{12} \times \sigma_1 \times \sigma_2 \\ x_1 \times x_2 \times r_{12} \times \sigma_1 \times \sigma_2 & x_2^2 \times \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

onde neste caso a covariância entre os preços são $x_1 \times x_2 \times r_{12} \times \sigma_1 \times \sigma_2$ e a variância global dessa carteira de ações é

$$V_\Omega = x_1^2 \times \sigma_1^2 + x_2^2 \times \sigma_2^2 + 2 \times \left(x_1 \times x_2 \times r_{12} \times \sigma_1 \times \sigma_2\right)$$

Essa variância global é conhecida como uma estimativa do risco representado por essa carteira de ações no mercado de capitais. Apresentou-se é claro uma carteira com somente duas empresas ou apenas dois tipos de ações. Quanto mais ações ou tipo de ações forem sendo incorporadas ao fundo, mais linhas e colunas deverão fazer parte dessa matriz de covariâncias. Assim, por exemplo com 3 empresas a matriz seria 3 x 3, com 4 empresas, 4 x 4 e assim sucessivamente. Já se pode perceber que um fundo ou carteira com muitas empresas necessita de uma ferramenta computacional para a análise de risco global através da matriz de covariância.

3.3 Experimentos Reais

Como aplicação dos conceitos deste capítulo, vamos verificar alguns dos conceitos introduzidos concluindo e realizando cálculos envolvendo dados reais. O intuito disso é além da fixação das idéias discutir possíveis erros de interpretação que podem ocorrer na prática.

3.3.1 Experimento-1

Nesse primeiro experimento vamos acompanhar a variação da taxa de juros SELIC e da cotação do dólar comercial de Janeiro de 2001 a Julho de 2002. A figura 3.6 apresenta a série histórica desses valores. A princípio pode-se reparar que nesse período apesar da tentativa de remover a "pressão " sobre a cotação cambial com aumento da taxa de juros, observa-se uma tendência constante de alta na moeda americana. Os dados estão na tabela a seguir e foram retirados do SISBACEN, sistema on line do Banco Central do Brasil disponível e público de diversas séries históricas econômicas brasileira.

DATA	SELIC	DOLAR
2/1/2001	15,85	1,93
5/1/2001	15,8	1,94
18/1/2001	15,31	1,95
30/1/2001	15,14	1,97
2/2/2001	15,1	1,99
12/2/2001	15,24	1,98
19/2/2001	15,17	2
28/2/2001	15,14	2,04
2/3/2001	15,11	2,03
5/3/2001	15,17	2,02
19/3/2001	15,32	2,12
30/3/2001	15,84	2,16
5/4/2001	15,82	2,15
9/4/2001	15,81	2,16
18/4/2001	15,87	2,17
30/4/2001	16,28	2,18
2/5/2001	16,25	2,22
7/5/2001	16,28	2,19
18/5/2001	16,3	2,29
29/5/2001	16,8	2,34
7/6/2001	16,73	2,38
18/6/2001	16,79	2,45
21/6/2001	18,29	2,4
2/7/2001	18,32	2,32
9/7/2001	18,3	2,45
20/7/2001	19	2,45
2/8/2001	18,88	2,48
9/8/2001	19	2,46
21/8/2001	19,06	2,53
4/9/2001	19,05	2,56
10/9/2001	19,07	2,6

28/9/2001	19,1	2,67
5/10/2001	19,09	2,75
18/10/2001	19,05	2,74
30/10/2001	19,05	2,72
6/11/2001	19,04	2,6
19/11/2001	19,05	2,51
30/11/2001	19,05	2,52
30/12/2001	19,05	2,32
2/1/2002	19,05	2,3
21/2/2002	18,8	2,42
20/3/2002	18,79	2,33
21/3/2002	18,55	2,34
1/4/2002	18,47	2,32
17/4/2002	18,4	2,31
24/4/2002	18,34	2,35
29/4/2002	18,28	2,36
30/4/2002	18,11	2,36
6/5/2002	18,33	2,43
8/5/2002	18,27	2,43
9/5/2002	18,34	2,45
13/5/2002	18,4	2,49
15/5/2002	18,42	2,51
22/5/2002	18,37	2,5
27/5/2002	18,41	2,52
31/5/2002	18,16	2,52
3/6/2002	17,31	2,54
4/6/2002	15,9	2,56
6/6/2002	16,87	2,6
6/6/2002	18	2,64
7/6/2002	18,23	2,67
14/6/2002	18,38	2,71
21/6/2002	18,41	2,79
15/7/2002	18,39	2,84

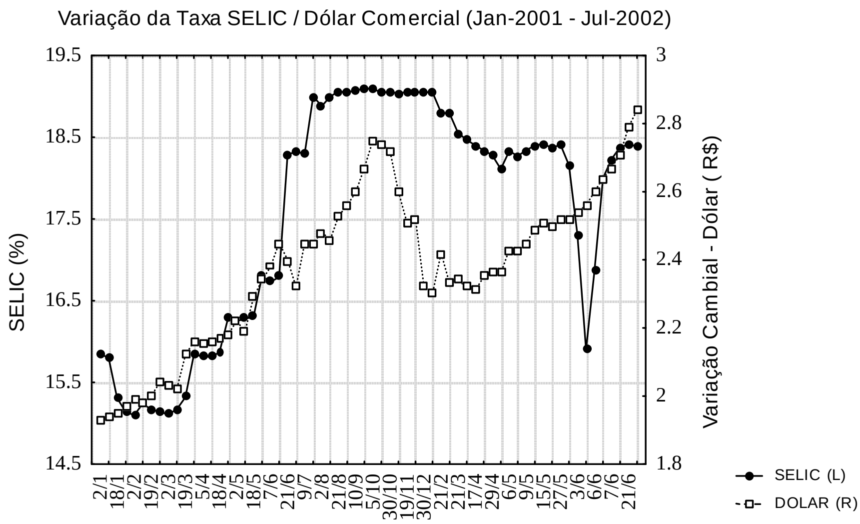


Figura 3.6: Taxa de Juros SELIC / Dolar (Jan-2001 a Jul-2002)

A princípio a primeira questão a ser proposta é por que analisar a taxa SELIC como dolar? Tem alguma importância ou sentido verificar pressões especulativas com relação a taxa de juros? Pode-se responder essa pergunta utilizando-se de experiência adminstrativa sobre as relações existentes entre especulações e geração ou não de empregos com taxas de juros mais altas, dívida interna, exportações retrativas ou atrativas com cotações de dolar mais altas entre outras. No entanto, vamos nos ater aqui na parte prática da utilização estatística renomeando de x a taxa SELIC e y a cotação do dolar. Fazendo uso da equação do coeficiente de correlação na seção 3.1.6, encontra-se o valor

$$r = 0{,}787$$

ou, 78,7% de correlação existente entre taxa de juros e cotação do dólar. Esse número revela uma importância intrínsica existente entre essas duas entidades econômicas e merecem detalhes de seu estudo. No entanto um gestor deve ter o cuidado para o período analisado e para a quantidade de dados. Caso fosse de interesse um período menor de avaliação, ou ainda, uma quantidade de dados muito pequena, essa relação existente poderia cair em termos de percentagens, indicando uma não relação entre taxa de juros e dolar. Por exemplo, caso o período analisado fosse de Janeiro a Julho de 2002, não haveria correlação entre as duas variáveis pois o coeficiente de correlação empregando a mesma equação seria

$$r = -0{,}28$$

ou seja uma baixa correlação negativa de 28%. Em outras palavras, erroneamente com esse resultado, poderia ser afirmado que quanto maior o valor da taxa de juros SELIC, melhor seria para colaborar com a cotação do dolar para baixo.

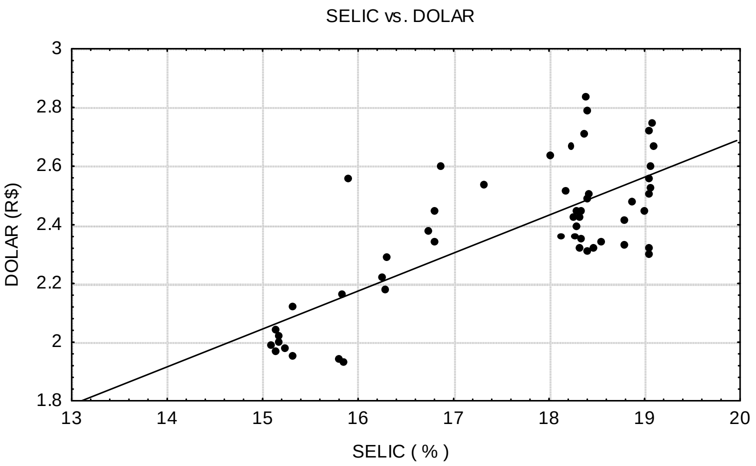


Figura 3.7: Modelo Lin-Lin para SELIC x Dolar

Com uma análise mais criteriosa percebemos que com um passado maior para avaliação essa afirmação é descabida. O próximo passo é nosso poder de previsão para o futuro. O que se pode afirmar com um certo grau de confiança sobre aumentos da taxa de juros e que reflexos isso poderia causar na cotação do dolar. Com uma boa correlação (e 78% é uma boa correlação!) pode-se utilizar para análise qualquer um dos modelos lineares já apresentados. Nesse caso vamos utilizar o modelo Lin-Lin para nossas inferências (equação com o ajuste dos parâmetros a e b). O resultado obtido é apresentado na figura 3.7. A reta ajustada nesse experimento foi

$$dolar = 0{,}1043 + 0{,}129 \times SELIC$$

Como já interpretado antes, essa reta com a correlação de 78% é um bom ajuste e serve para uma boa previsão de curto período. Nela pode-se verificar que quando a taxa SELIC aumenta de uma unidade correspondente no seu eixo x (que no caso é 1%) espera-se que em média o dolar suba 0,129 (ou 12 centavos de real). Observando a tabela dos dados, podemos ver que no dia 19/02/2001 a taxa SELIC foi de 15,17% com cotação para o dolar comercial de R$2,00. Um mês depois a taxa SELIC foi para 15,32% (exatamente 1% de aumento) e o dolar estava cotado a R$2,12, exatamente 12 centavos de real. É claro que observar valores pósvistos é mais fácil do que previstos, mas essa relação de ajuste fica cada vez mais segura (levando-se em conta as incertezas) quanto mais dados e maiores períodos são analisados.

A autocorrelação é importante para verificar a influência das decisões num passado recente frente a atos do presente ou mesmo para futuros mais distantes.

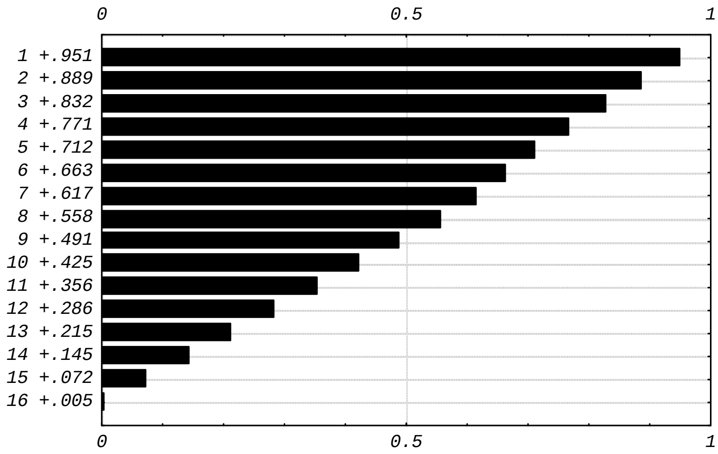


Figura 3.8: Função de Autocorrelação para SELIC

Utilizando a equação da correlação da mesma forma que no exemplo 4, é possível encontrar os valores na figura 3.8. Esses valores já estão normalizados para o intervalo 0-1 como forma de avaliar a influência em percentagens. Os valores no eixo y indicam os valores de atraso "s" e o respectivo valor da autocorrelação. Assim, por exemplo as decisões assumidas num determinado mês tem influência de 95% para o mês seguinte, 88% para dois meses depois e são praticamente nulas para 15 meses no futuro.

Finalmente, pode-se ainda avaliar as incertezas e riscos desse conjunto taxa SELIC e cotação do dolar para o mercado financeiro. Essa variação também conhecida como ***volatilidade*** é calculada utilizando a definição apresentada nas equações da seção 3.2. A matriz de covariância indica os seguintes valores

$$\Omega = \begin{pmatrix} 2{,}05 & 0{,}27 \\ 0{,}27 & 0{,}06 \end{pmatrix}$$

Ela indica uma variância de 2,05% para a taxa de juros no período e de 0,06 reais para a cotação de dolar. Ou em outras palavras, ao se calcular a média de juros desse período, devemos acrescentar uma incerteza de $\pm\sqrt{\sigma^2}$ para tornar essa média representativa, o que no caso seria o desvio padrão. Assim no período tem-se que a média de juros foi de 17,55% ±1,43% e o valor médio de dolar foi R$2,37 ± R$0,24. No experimento em questão a fórmula da variância global da carteira V_Ω não se aplica, uma vez que as variáveis estão em unidades diferentes. Mas se ao invés de preço da cotação os valores fossem em % de variação poderia-se calcular o risco ou a volatilidade da taxa de juros, juntamente com a pressão causada pelo dolar no mercado financeiro.

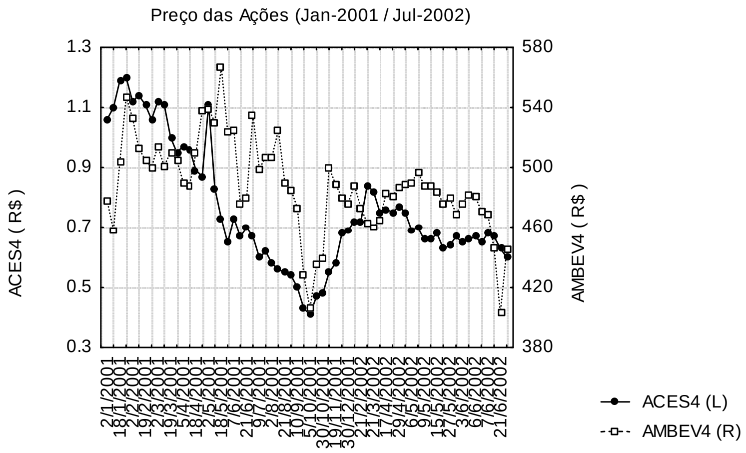


Figura 3.9: Preço das Ações

3.3.2 Experimento-2

A grande arma contra a chamada volatilidade (nossa variância) é a diversidade dos investimentos. Da mesma forma, quando se cria uma carteira de ações a diversidade diminui ou dilui as variações diárias e especulativas. Claro que quando o movimento do mercado tem uma forte tendência positiva ou negativa, a diversificação fica presa ao mercado. Mas mesmo nesse caso as perdas, por exemplo, podem ser minimizadas devido às grandes sensibilidades de certas ações serem compensadas por outras de pouca sensibilidade. Esse experimento trata de uma carteira hipotética com apenas as duas acões ACES4 e AMBEV4. Suponha que um gestor quer investir nas duas ações mas está em dúvida sobre qual a percentagem que deve investir em sua carteira. Os gráficos das ações são apresentados na figura 3.9, 3.10 e 3.11. A média de rendimento nesse ano e meio para as duas empresas são apresentadas na tabela de médias e desvios-padrões

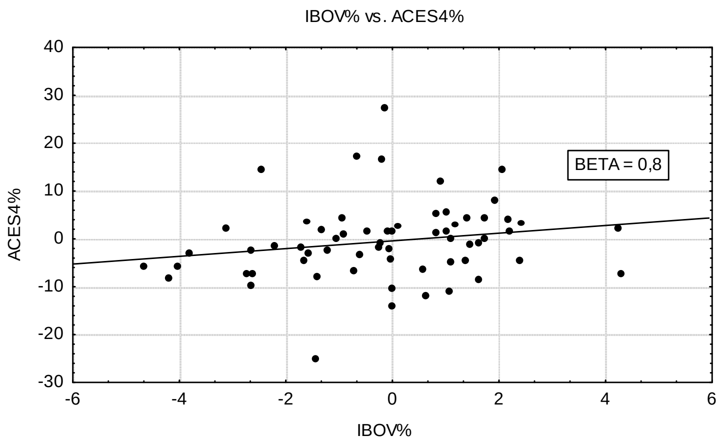


Figura 3.10: ACES4 em relação ao mercado

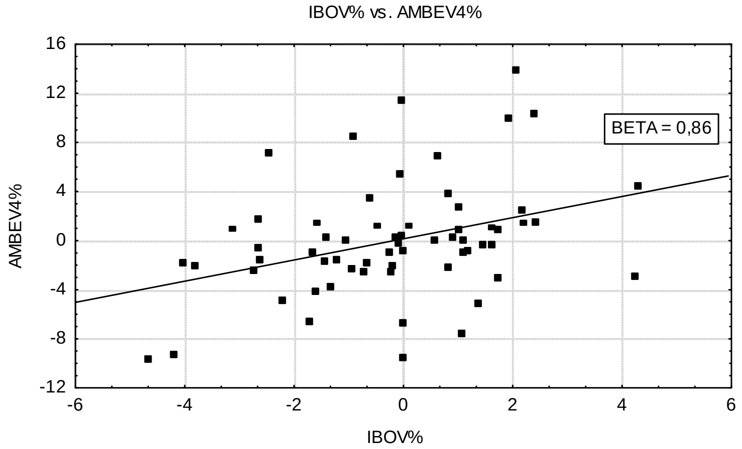


Figura 3.11: AMBEV4 em relação ao mercado

	ACES4	AMBEV4
Média	-0,56%	-0,004%
Desvio Padrão	± 8,13%	±4,69%

Na tabela observa-se que em média as variações das duas empresas foram negativas, sendo no entanto as ações da AMBEV4 próximas a zero e menos volátil. Suponhamos então que carteira seja bem conservadora e o gestor deseja investir 30% na ACES4 e 70% dos recursos na AMBEV4. A rentabilidade esperada na carteira nada mais é do que a média ponderada desses investimentos, ou como dissemos no início do capítulo a esperança dos investimentos. Nesse caso a rentabilidade da carteira seria:

Rentabilidade da Carteira = (-0,56 × 0,3) + (-0,004 × 0,7) = -0,17%

No entanto, se desejar arriscar mais, uma vez que o desvio padrão é maior para ACES4, o gestor poderia fazer o inverso, aplicando 70% na ACES4 e 30% na AMBEV4 e teria uma rentabilidade

Rentabilidade da Carteira = (-0; 56 × 0,7) + (-0,004 × 0; 3) = -0,39%

portanto uma perda esperada bem maior nessa carteira. Esse cálculo é bem simples, mas na verdade o mais importante é saber que tipo de risco ela verdadeiramente oferece. Isso na realidade é mais difícil. Muitos fatores devem estar envolvidos como a saúde financeira da empresa, os balanços anuais, informações sobre aquisições e patrimônios, etc. No entanto, podemos fazer algumas estimativas utiizando a noção de matriz de covariância apresentada na seção 3.2. Primeiro de tudo é saber o coeficiente de correlação entre as variações das duas ações. O coeficiente de correlação encontrado no experimento 2 não serve pois estava relacionados aos preços das duas ações e não às variações diárias. Então considerando as variações diárias nesse período, encontra-se como coeficiente de correlação

r = 0,26

Utilizando os desvios-padrões das duas ações e a fórmula para a matriz de covariância Ω, pode-se encontrar a variância da carteira (risco). Vamos utilizar a primeira hipótese onde o gestor é conservador adotando-se x1 = 0,3 (30% na ACES4) e x2 = 0,7 (70% na AMBEV4). Então os cálculos para a matriz de covariância da carteira serão:

$$x_1^2\sigma_1^2 = (0{,}30)^2 \times (8{,}13)^2 = 5{,}94$$
$$x_1 \times x_2 \times r \times \sigma_1 \times \sigma_2 = 2{,}08$$

E a matriz torna-se

Ω =

	ACES4	AMBEV4
ACES4	5,94	2,08
AMBEV4	2,08	10,77

Utilizando a fórmula para a variância da carteira, tem-se:

$$V_\Omega = x_1^2 \times \sigma_1^2 + x_2^2 \times \sigma_2^2 + 2 \times (x_1 \times x_2 \times r_{12} \times \sigma_1 \times \sigma_2) = 5{,}94 + 10{,}77 + 2 \text{ x } 2{,}08 = 20{,}87$$

O desvio padrão seria $\pm\sqrt{20{,}87} = \pm\ 4{,}56$. Assim, essa carteira teria um risco estimado de 4,56% levando-se em conta a hipótese conservadora do gestor. Para o segundo caso, com o gestor menos conservador, a matriz seria

Ω =

	ACES4	AMBEV4
ACES4	32,38	2,08
AMBEV4	2,08	1,97

com V=38,51 e o desvio-padrão da carteira se tornaria ±6,2 ou um risco na carteira de 6,2%.

TÓPICO 4
Elaborando Cenários em Finanças: *Otimistas x Pessimistas*

4.1 Introdução

Todo gestor tem um desejo de fazer previsões com certa antecedência, antes que um fato venha ocorrer, e acertar esta previsão. Fazer previsão é algo difícil, quase impossível de acertar, quando se busca precisão. Mas para quem busca acertar tendências e entendimento lógico de um problema, as previsões não só são factíveis, como podem ter erro mínimo. Então, desponta-se apenas uma solução: Utilização de ferramentas matemáticas e estatísticas.

4.2 Interpretação de Variações Cíclicas e Sazonais

Um controlador necessita de uma atenção especial quando se está realizando uma análise para projeções de resultados de uma empresa. Um fator muito importante é a compreensão e estudo estatístico sobre as variações cíclicas do mercado. Essas variações, sejam elas em compras, vendas, mão de obra, produção ou mesmo em finanças devem sempre fazer parte de séries históricas da empresa. O termo científico para essas séries históricas é *séries temporais*. Elas constituem um conjunto de observações tomadas em tempos determinados, comumente em intervalos iguais.

A importância é relevante pois, se for utilizado o modelo de regressão linear apresentado no tópico anterior, o gestor precisa ser bem claro em sua projeção de orçamento se este é do tipo: curto período; médio período ou longo período. Essas projeções são comumente perturbadas pelos movimentos decorrentes da variação aleatória das observações. Os movimentos são classificados como:

<u>Movimentos de Longo Prazo</u>

Referem-se à direção geral, segundo a qual parece que o gráfico da série histórica se desenvolve em um longo intervalo de tempo. Esse movimento é representado por uma reta indicando o sentido amplo ou ainda a tendência linear dos dados observados.

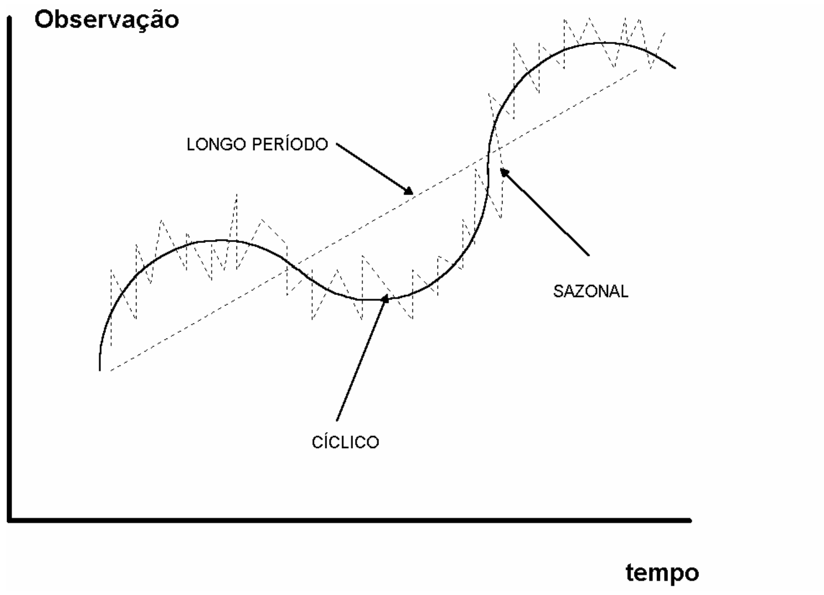
Movimentos de Variação Cíclica

São as variações de longo prazo em torno de uma reta ou uma curva de tendência. Esses ciclos, como são denominados, podem ser periódicos ou não periódicos. Isto é, podem seguir ou não exatamente o mesmo padrão de tempos em tempos.

Exemplos importantes de movimentos cíclicos são os denominados ciclos de negócios, que representam intervalos de prosperidade, recesso, depressão e recuperação.

Movimentos Sazonais

Referem-se a padrões idênticos durante os mesmos meses de anos sucessívos. Esses movimentos são resultantes de eventos periódicos que ocorrem anualmente, como, por exemplo o súbito aumento das vendas de uma loja de departamentos antes do Natal.



4.3 Variações no Planejamento Orçamentário

O planejamento pode ser classificado em três tipos: estratégico, tático e operacional.

Planejamento Estratégico

É um planejamento de longo prazo, de responsabilidade dos níveis mais altos da Administração, que procuram se antecipar a fatores exógenos e internos à empresa. Geralmente estão relacionados com as linhas de produtos ou mercados. As tomadas de decisões são complexas pois envolvem grande volume de recursos.

Nesse caso o controlador precisa utilizar séries históricas de longo período para ajustar suas projeções sobre ganhos e perdas inerentes às variações do mercado.

Planejamento Tático

Tem a finalidade de otimizar parte do que foi planejado estratégicamente. Tem um alcance temporal mais curto em relação ao planejamento estratégico. Enquanto o planejamento para o lançamento de uma linha de produtos (estratégico) envolve as áreas de produção, recursos humanos, finanças, etc. a empresa faz um planejamento específico para melhorar o resultado da área de marketing.

Planejamento Operacional

O planejamento operacional tem a finalidade de maximizar os recursos da empresa aplicados em operações de determinado período. Esse tipo de planejamento é de curto período e médio prazos (6 meses a 3 anos) e envolve decisões mais descentralizadas e mais repetitivas.

No entanto essas três formas de planejamento envolvem um estudo de variações baseadas nas séries históricas sobre os possíveis lucros da empresa que está sofrendo aquisição, possíveis perdas com a aquisição e incorporação de novo quadro de funcionários, incorporação de possíveis dívidas, etc.

Enfim, todos os planejamentos necessitam de um estudo de risco na tomada de decisão.

A Estatística da Melhor Decisão

Um critério bastante interessante para tomadas de decisão é conhecido como critério de maximização do valor esperado. Ele consiste em apresentar ao gestor ou controlador a decisão que do ponto de vista de probabilidade fornecerá na média o maior lucro.

Vamos observar o seguinte exemplo:

Exemplo

Uma empresa está num processo de aquisição de suas duas concorrentes (C1 e C2) e deseja saber a melhor decisão a ser tomada. A decisão que deverá ser tomada é se essa aquisição deverá ser feita nos próximos 6 meses ou dentro de um ano ou ainda esperar dois anos. De maneira esquemática tem-se a seguinte regra:

C1 = concorrente 1.
C2 = concorrente 2.

Com as ações:

A1 = aquisição em 6 meses.
A2 = aquisição em 1 ano.
A3 = aquisição em 2 anos.

Estima-se ainda que ao fazer a aquisição em 6 meses a concorrente 1 fornecerá um lucro total de $1000 e a concorrente 2 um prejuízo de $500. Para a ação A2, C1 fornecerá um lucro de $600 e a C2 um prejuízo de $100. Por fim a ação de aquisição em dois anos fornecerá um prejuízo de $300 para C1 e um lucro de $200 para C2. Em termos mais práticos pode ser montada a seguinte tabela:

	A1	A2	A3
C1	1000	600	-300
C2	-500	-100	200

Qual a melhor decisão a ser colocada no planejamento?
A solução é inicialmente montar as equações de lucro médio. Os eventos associados são sempre opostos em sua soma. Ou seja, uma empresa possui probabilidade “p” de fornecer lucro e o complemento dessa probabilidade é a probabilidade da outra empresa fornecer lucro, ou seja, (1-p). Para os três possíveis lucros médios, tem-se as equações:

$$E_1 = 1000 \times p - 500 \times (1 - p)$$

$$E_2 = 600 \times p - 100 \times (1 - p)$$

$$E_3 = -300 \times p + 200 \times (1 - p)$$

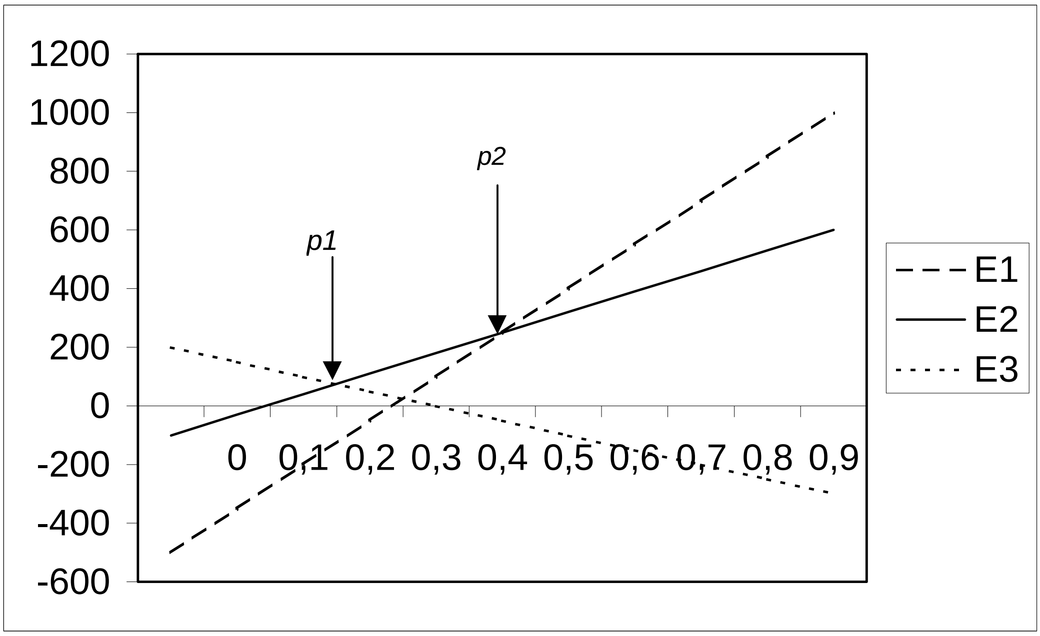
Realizando as operações acima tem-se as equações:

$$E_1 = 1500p - 500$$

$$E_2 = 700p - 100$$

$$E_3 = -500p + 200$$

Agora deve-se fazer o gráfico das 3 equações:



Vemos que a maximização do lucro médio esperado é conseguida adotando-se a ação A3 antes da interseção entre E2 e E3. Esse ponto a ser encontrado é o ponto denominado p_1. A ação A2 deve ser tomada entre $p_1 \le p \le p_2$ e ação decisória A1 se $p \ge p_2$. Para econtrar as probabilidades p_1 e p_2 basta igualar as equações de E2 = E3 e E1=E2.

Assim, teremos:

$$700p_1 - 100 = -500p_1 + 200$$

Logo, $p_1 = 0{,}25$.
Da mesma forma:

$$1500p_2 - 500 = 700p_2 - 100$$

O que fornece $p_2 = 0{,}5$.
Logo os critérios de decisão deverão ser:

- Se $p \leq 0{,}25$ fazer aquisição em dois anos
- Se $0{,}25 \leq p \leq 0{,}5$ fazer a aquisição em um ano.
- Se $p \geq 0{,}5$ fazer a aquisição em 6 meses.

<u>Como Estimar “p”?</u>

Essa probabilidade “p” nada mais é do que a freqüência relativa mencionada e calculada nos exemplos do tópico 1. Assim, basta o controlador realizar uma estatística descritiva das duas empresas que estão sendo incorporadas e observar com que freqüência elas forneceram lucros no passado. Com isso, ele pode tomar uma das 3 decisões anteriores.

4.4 Criação de Cenários Otimistas e Pessimistas no Orçamento

Criar cenários ou projeções em controladoria é uma segurança para adminsitração ter uma visão global do funcionamento de uma empresa. No entanto, sem a utilização de estatística de variações ou incertezas, esses cenários devem sofrer exaustivas mudanças e revisões para adequamento a realidade do mercado.

Os modelos de orçamento podem ser *determinístico* ou *probabilístico*. O modelo determinístico é aquele onde a previsão tem suficiente grau de certeza. Modelos probabilísticos são aqueles onde existem incertezas na previsão do orçamento em grau elevado e com grandes flutuações.

Os cenários probabilísticos são interessantes pois podem produzirem com a confiança desejada, os limites de otimismo e pessimismo. O pessimismo não necessariamente significa prejuízo, mas sim por exemplo, um valor esperado de ganho menor que a média. Já o otimismo pode ser da mesma forma tanto um ganho acima da média, como um prejuízo menor.

Como exemplo, vamos examinar um típico orçamento de matérias primas. O quadro a seguir é um quadro típico de orçamento onde as quantidades são assumidas como determinísitcas para a previsão futura. Pode-se perceber que a quantidade a iniciar de consumo de matéria prima altera-se bastante de um mês para outro. É claro que os valores passados devem fazer parte do planejamento e nesse ponto eles são determinísticos pois são passados. A previsão de consumo futuro é que deve ser alterada e além do valor médio dos meses anteriores o desvio padrão positivo e negativo para a criação dos cenários.

		Orçamento de Matérias Primas		
		Consumo por unidade	**Janeiro**	**Fevereiro**
	PRODUTO: TIPO1			
1	Quantidade a iniciar		**9.102**	**9.681**
	Matérias Primas a consumir			
2	Papel	**0,4**	3.641	3.872
3	Plástico	**0,02**	182	194
	PRODUTO: TIPO2			
4	Quantidade a iniciar		**13.250**	**15.180**
	Matérias Primas a consumir			
5	Papel	**0,15**	1.988	2.277
6	Resina	**2**	26.500	30.360
	RESUMO DE MATÉRIAS PRIMAS A CONSUMIR			
7	Papel (ton)		5.629	6.149
8	Plástico (Kg)		182	194
9	Resina (peça)		26.500	30.360

Incertezas para projeção futura.

Uma outra abordagem é ao invés da média dos meses anteriores, tomar a média dos mesmos meses de anos anteriores. Com isso o fator sazonalidade fica automaticamente incluído na planejamento.

		Orçamento de Matérias Primas			***OTIMISTA***	***PESSIMISTA***
		Consumo por unidade	**Janeiro**	**Fevereiro**	**Março**	**Março**
	PRODUTO: TIPO1					
1	Quantidade a iniciar		**9.102**	**9.681**	**9700**	**10.300**
	Matérias Primas a consumir					
2	Papel	**0,4**	3.641	3.872		
3	Plástico	**0,02**	182	194		
	PRODUTO: TIPO2					
4	Quantidade a iniciar		**13.250**	**15.180**	**17.500**	**22.500**
	Matérias Primas a consumir					
5	Papel	**0,15**	1.988	2.277		
6	Resina	**2**	26.500	30.360		
	RESUMO DE MATÉRIAS PRIMAS A CONSUMIR					
7	Papel (ton)		5.629	6.149		
8	Plástico (Kg)		182	194		
9	Resina (peça)		26.500	30.360		

Média ± Desvio Padrão – Confiança de 68%

O Quadro do exemplo anterior supõe que normalmente no mês de março a quantidade a iniciar do produto TIPO-1 tem como média 10.000 produtos com uma flutuação de 300. Para o produto TIPO-2 20.000 com flutuação positiva ou negativa de 2.500. Em termos estatísticos,

TIPO 1

Média = 10.000

Desvio Padrão = 300

TIPO 2

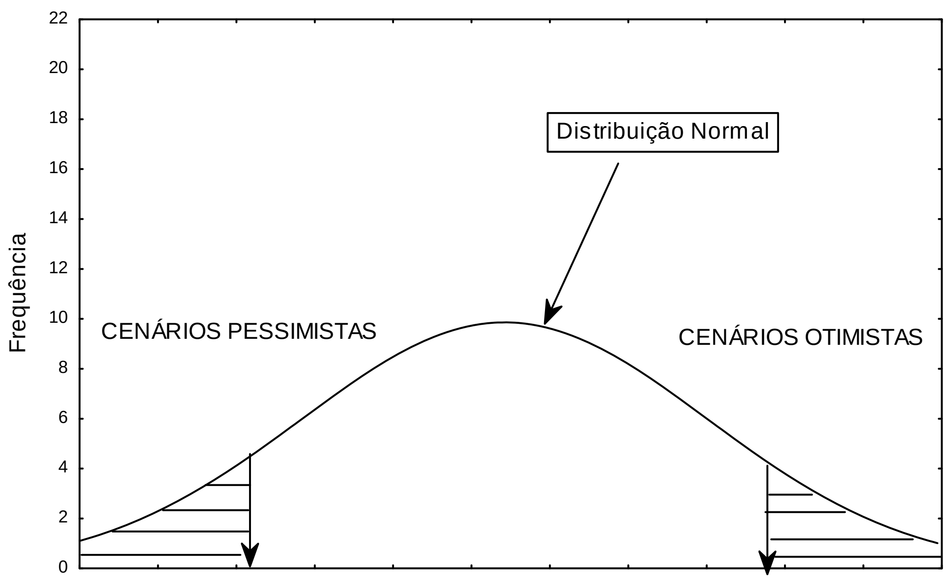
Média = 20.000

Desvio padrão = 2.500

Então o Cenário otimista passa a possuir como valor incial 10.000 - 300 e o cenário pessimista 10.000 + 300. Da mesma forma para o produto 2 o cenário otimista seria 20.000-2500 e o pessimista 20.000+2500. O cenário é otimista para {média – desvio} pois quanto menor a quantidade a produzir, maior o lucro pois a quanitdade em estoque foi bem estimada para o consumo do mês. O problema que esse cenário tem uma confiança baixa de apenas 68%. Isso corresponde a área em baixo da curva normal de probabilidades. Se quisermos mais confiança devemos trabalhar com dois desvios padrões para cima e para baixo da média, ou seja,

Média $\pm$ 2 x Desvio Padrão .... Confiança de 95% nas previsões

Média $\pm$ 3 x Desvio Padrão..............................Confiança de 99% nas previsões



O gráfico da figura anterior apresenta como cenário *pessimista* a área da curva normal atrás da média e como *otimista* a área da curva normal acima da média. Essa ilustração pode ser invertida, dependendo do contexto do que se entende por otimista e pessimista.

4.5 Incertezas Aleatórias na Elaboração de Quadros Orçamentários

A finalidade do quadro orçamentário é demonstrar com clareza o andamento de uma empresa e fazer previsões para os meses seguintes do demonstrativo do último mês. Como foi visto, estas demonstrações, por melhor que sejam, na maioria das vezes são necessárias ser alteradas frente a realidade. Alugns parâmetros desses quadros poderiam ser melhor aproveitados se utilizassem com mais freqüência informações estatísticas sobre o passado.

4.5.1 – Alterações de Cenário para o quadro de Orçamento de Vendas

No caso de vendas, a estatística mais usual pode ser um histograma para mostrar a oscilação da média de vendas mês a mês, ou a oscilação da média do mês em relação ao mesmo mês históricamente de anos anteriores.

Vamos analisar esse fato num quadro típico de vendas, como o quadro a seguir. Uma empresa tem diversas filiais com produtos de dois tipos: TIPO1 e TIPO2.

Base Indexadores e projeções de inflação

		Orçamento de Vendas		
		Janeiro	**Fevereiro**	**Março**
	VENDA DA FILIAL			
	Produto 1			
1	Quantidade	**5.000**	**6.200**	**4.500**
2	Preço unitário de Venda	126,00	127,01	
3	Valor de Venda	630.000	787.462	
	Produto 2			
4	Quantidade	**3.000**	**4.500**	**2.800**
5	Preço unitário de Venda	282,24	284,51	
6	Valor de Venda	846.720	1.280.295	
7	**Total de Venda da Filial**	**1.476.720**	**2.067.757**	

Estimativas

Como pode-se perceber o mês de Março é baseado em estimativas do setor de vendas, que por sua vez se baseia em compras passadas dos clientes ou de informações dos vendedores sobre planos desses clientes para novas compras. Quase sempre essas estimativas falham devido a fator pessoal do cliente, ou devido a conjuntura econômica do país. É nesse sentido que a criação de cenários otimistas e pessimistas podem melhorar a visão da empresa sobre situação futura, podendo a diretoria e gerência melhor se prevenir das flutuações do mercado.

O preço unitário de venda é baseado no preço presente corrigido por um indexador de inflação. Quase sempre a empresa baseia-se em projeções de agências especializadas para essas projeções. Isso no entanto não tira o direito e a liberdade de um controlador fazer sua própria estimativa. Para tanto, basta utilizar-se de dados de inflações dos meses anteriores e usar a metodologia de regressão linear do tópico anterior para ter sua própria previsão.

4.5.2 – Alterações de Cenário para o quadro de Orçamento de Mão de Obra

A finalidade do Orçamento de Mão de Obra Direta é determinar a quantidade e o valor total de horas de mão de obra diretamente aplicados na produção.

Vamos supor que a empresa WTW (fictícia) estima utlizar as horas-padrão de cada departamento (Montagem e Acabamento) para fabricar cada unidade de seus dois produtos (TIPO 1 e TIPO 2) na seguinte proporção:

Produto	Utilização de horas	
	Montagem	Acabamento
TIPO 1	1,4	0,6
TIPO 2	0,8	0,2

Com essa tabela estimada, o quadro de Orçamento poderia ser do seguinte maneira:

Orçamento de mão de obra direta (MOD)

		Janeiro	*Fevereiro*	*Março*
	PRODUTO:TIPO-1			
1	Quantidade a Produzir	9.102	9.681	-----------
2	MOD / unidade(horas)	**1,4**	**1,4**	**1,4**
3	total de horas (Montagem)	12742,8	13553,4	-----------
4	Custo por hora da MOD	12,4	12,4	-----------
5	Custo total da MOD	158010,7	168062,2	
6	MOD / unidade (horas)	**0,6**	**0,6**	**0,6**
7	total de horas (Acabamento)	5.461	5.809	
8	Custo por hora da MOD	14,6	14,6	-----------
9	Custo total da MOD	**79730,6**	**84811,4**	-----------
	PRODUTO:TIPO-2			
10	Quantidade a Produzir	13.250	15.180	-----------
11	MOD / unidade (horas)	**0,8**	**0,8**	**0,8**
12	total de horas (Montagem)	10600	12144	-----------
13	Custo por hora da MOD	12,4	12,4	-----------
14	Custo total da MOD	131440	150585,6	
15	MOD / unidade (horas)	**0,2**	**0,2**	**0,2**
16	total de horas (Acabamento)	2.650	3.036	
17	Custo por hora da MOD	14,6	14,6	-----------
18	Custo total da MOD	**38690**	**44325,6**	-----------
	HORAS (A TRABALHAR)			
19	dep.Montagem	23342,8	25697,4	-----------
20	dep.Acabamento	8.111	8.845	-----------
	CUSTO MOD/PRODUTO($)			
21	TIPO-1	237741,3	252873,6	
22	TIPO-2	170130	194911,2	

PREVISÕES
(estatística)

Depende do
aumento salarial
(estatística de
inflação)

23	total	**407871,3**	**447784,8**
	ENCARGOS SOCIAIS		
24	valor total da MOD	~~407871,3~~	~~447784,8~~
25	(-) salario bruto	270113,5	296546,2
26	(=)encargos sociais	**137757,9**	**151238,6**

MOD/(INSS+FGTS+PROVISÕES)
MOD/1,51 (supondo 51% de responsabilidade trab.)

O quadro anterior foi montado supondo as seguintes responsabilidades trabalhistas:

(1) Contribuição ao INSS = 23%
(2) Contribuição ao FGTS = 8%
(3) Provisões(férias,13º salário e recisões) = 20%
(4) Total = 51%

Portanto o salário bruto deve ser calculado pela divisão do valor total da mão de obra direta descontando 51%, o que se faz dividindo MOD/1,51, como mostra o quadro. O cenário de Março depende de dois tipos de estatísticas diferentes.

<u>Primeira Estatística para a Mão de Obra Direta</u>

Para a quantidade a ser produzida é necessária além da política da empresa, caso nenhuma alteração determinística seja prevista, um histórico de produções no mês de Março. Com base nesses dados históricos, estima-se a média de produção no mês e o desvio padrão para a criação dos cenários.

Supondo por exemplo que nossa empresa tem como média histórica para o mês de Março 7.392 unidades na produção com uma variação para mais ou para menos de 500 unidades então com 95% de confiança a produção ficaria:

Cenário otimista = média - 2×Desvio-Padrão = 7.392 – 1.000 = 6.392
Cenário pessimista = média + 2 ×Desvio-Padrão = 7.392 + 1.000 = 8.932

Para o acabamento suponhamos que seja 12.300 unidades de média histórica com desvio padrão de 500 unidades. Então,

Cenário otimista = média - 2×Desvio-Padrão = 12.300 – 1.000 = 11.300
Cenário pessimista = média + 2 ×Desvio-Padrão = 12.300 + 1.000 = 13.300

<u>Segunda Estatística para a Mão de Obra Direta</u>

A segunda estatística necessária é quanto ao cenário do custo da mão de obra direta para o mês de Março. Neste caso depende da correção dos salários com base no índice de correção acertados com os sindicatos ou préviamente estabelecido por lei. Neste caso deve entrar um modelo de regressão linear ajustado aos dados de inflação dos meses anteriores a

Março (na verdade um ano antes). Como exercício, vamos tomar os dados históricos de inflação de Abril de 2001 a Fevereiro de 2002.

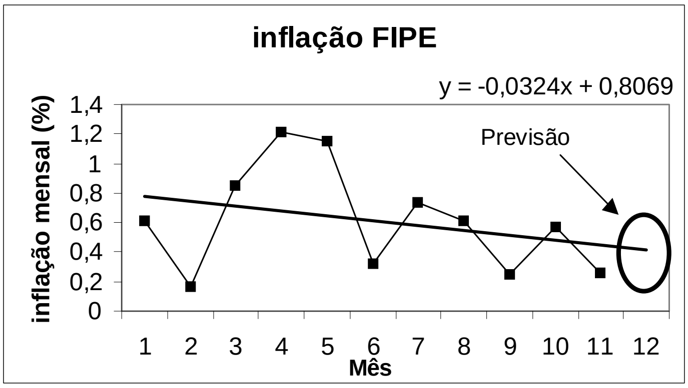
Mês	*Inflação (%)*
Abril-2001	0,61
Maio-2001	0,17
Junho-2001	0,85
Julho-2001	1,21
Agosto-2001	1,15
Setembro-2001	0,32
Outubro-2001	0,74
Novembro-2001	0,61
Dezembro-2001	0,25
Janeiro-2002	0,57
Fevereiro-2002	0,26
Março-2002	(previsão)

Os dados são apresentados no gráfico a seguir. Dentro da planilha do Excel é possível ajustar uma curva de tendência linear como vista anteriormente. A curva ajustada aos dados tem como equação

$$y = -0{,}0324 \times \text{mes} + 0{,}8069$$

Assim podemos fazer uma rápida previsão acerca de um possível ajuste de salários e incluir na planilha de orçamento de mão de obra. Por exemplo, para o mês de Março a previsão seria de

$$y = -0{,}0324 \times 12 + 0{,}8069 = 0{,}4181\%$$



Então a partir desse último dado estimado é possível criar um cenário para inflação mais baixa e um cenário para inflação mais alta. Para isso, se for calculado o desvio padrão para esses 11 meses de inflação, pode-se verificar que ele é de 0,3726%. Assim a inflação estará com 68% de confiança entre

Estimativa para baixo: 0,4181% - 0,3726% = 0,045%
Estimativa para cima: 0,4181% + 0,3726% = 0,79%

Deve-se observar que a inflação real do mês de Março de 2002 segundo a FIPE foi de 0,7%. Dentro por tanto dos cenários previstos!

Então o novo quadro de orçamento com os cenários seria:

Orçamento de mão de obra direta (MOD)

		Janeiro	*Fevereiro*	*Março (OTIMISTA)*	*Março (PESSIMISTA)*
	PRODUTO:TIPO-1				
1	Quantidade a Produzir	9.102	9.681	6.392	8.932
2	MOD / unidade(horas)	**1,4**	**1,4**	**1,4**	**1,4**
3	total de horas (Montagem)	12742,8	13553,4	8948,8	12505
4	Custo por hora da MOD	12,4	12,4	12,41	12,5
5	Custo total da MOD	158010,72	168062,2	111054,608	156310
6	MOD / unidade (horas)	**0,6**	**0,6**	**0,6**	**0,6**
7	total de horas (Acabamento)	5.461	5.809	3.835	5.359
8	Custo por hora da MOD	14,6	14,6	14,61	14,72
9	Custo total da MOD	**79733,52**	**84805,56**	**56032,272**	**78887**
	PRODUTO:TIPO-2				
10	Quantidade a Produzir	13.250	15.180	11.300	13.300
11	MOD / unidade (horas)	**0,8**	**0,8**	**0,8**	**0,8**
12	total de horas (Montagem)	10600	12144	9040	10640
13	Custo por hora da MOD	12,4	12,4	12,41	12,5
14	Custo total da MOD	131440	150585,6	112186,4	133000
15	MOD / unidade (horas)	**0,2**	**0,2**	**0,2**	**0,2**
16	total de horas (Acabamento)	2.650	3.036	2.260	2.660
17	Custo por hora da MOD	14,6	14,6	14,61	14,72
18	Custo total da MOD	**38690**	**44325,6**	**33018,6**	**39155**
	HORAS (A TRABALHAR)				
19	dep.Montagem	23342,8	25697,4	17988,8	23145
20	dep.Acabamento	8.111	8.845	6.095	8.019
	CUSTO MOD/PRODUTO($)				
21	TIPO-1	237744,24	252867,7	167086,88	235197
22	TIPO-2	170130	194911,2	145205	172155
23	total	**407874,24**	**447778,9**	**312291,88**	**407353**
	ENCARGOS SOCIAIS				
24	valor total da MOD	407874,24	447778,9	312291,88	407353
25	(-) salario bruto	270115,3907	296542,3	206815,8146	269770
26	(=)encargos sociais	**137758,8493**	**151236,6**	**105476,0654**	**137583**

estimativa

4.5.3 – Alterações de Cenário para o quadro de Orçamento de Custo de Produção

Os quadros desse orçamento específico são elaborados com a finalidade de apurar os custos unitários de produtos acabados e em elaboração, necessariamente para a avaliação dos estoques e apuração do custo dos produtos vendidos.

Mas com as incertezas já verificadas nos quadros anteriores, elas são transportadas para os quadros de custo de produção. Um exemplo disso estão nas transferências de custos indiretos de fabricação da administração para os diversos departamentos de produção. Essas taxas de apropriação de mês são calculadas pela divisão do número de horas necessárias para a produção de um determinado produto pelo número total de horas do departamento de montagem (se for o caso) ou de acabamento (se for o caso).

No quadro de mão de obra direta, na linha 3 o produto TIPO 1 tem um total de horas de 12.742 horas em Janeiro, que é baseado na quantidade a produzir (que possui incertezas). O número total de horas (montagem TIPO1+TIPO2) é de 23.342 (linha 19). Então a taxa de apropriação do mês para o produto TIPO1 será 12.742 / 23.342 que fornecerá o valor de 54,59%. Então essa percentagem também possuirá incertezas. Vamos supor o seguinte quadro de transferência de CIFs:

Orçamento de Custo de Produção

Transferência de CIFs dos departamentos de serviços

		Para Departamentos				
		Serviços		Produção		Total
	De Departamentos	Adm.Industrial	Manutenção Industrial	Montagem	Acabamento	
	Mês: Janeiro					
1	CIFs transferência	43.948	49.365	62.905	58.550	214.768
2	De Adm. Industrial		2.395(5,45%)	31.423(71,5%)	10.130(23,05%)	100%
3	De Manut. Industrial		51.760	35.321(68,24%)	16.439(31,76%)	100%
4	Total	0	0	129.649	85.119	214.768

Critérios das Taxas de Rateio pré-estabelecidos

As transferências dos custos indiretos de fabricação (CIF) são pré-estabelecidos pela empresa. No quadro acima podemos perceber que os $43.948 são transferidos para a manutenção industrial na taxa de 5,45%, para a montagem com 71,5% e para o acabamento com 23,05%555. Por isso o total final é zero. O mesmo ocorre com a manutenção industrial que recebe da adminstração $2.395 e somados aos seus custos observados tem um final de $51.760. Esses por sua vez são repassados para a montagem com 68,24% e para a produção com 31,76%.

Onde entra a estatística nesse caso? Vamos observar o quadro ampliado do orçamento de produção.

Orçamento de custo de produção

Apropriação de CIFs aos produtos

		TIPO-1	TIPO-2	total
	CÁLCULO DE TAXAS DE APROPRIAÇÃO			
	Mês: Janeiro			
1	Horas de MOD - Dpto de Montagem	12.742	10.600	23.342
2	Taxa de apropriação	54,59%	45,41%	100%
3	Horas de MOD - Dpto de Acabamento	5.461	2.650	8.111
4	Taxa de apropriação	67,33%	32,67%	100%
	APROPRIAÇÃO DE CIF AOS PRODUTOS (EM $)			
	Mês: Janeiro			
5	CIF do Depto de Montagem	70.775	58.874	129.649
6	CIF do Depto de Acabamento	57.311	27.808	85.119
7	Total	128.086	86.682	214.768

incertezas

A estatística aparece na medida das incertezas do quadro anterior. As horas de MOD são incertas pois dependem das quantitades necessárias do produto que são estimadas, como foi visto na linha 1 do quadro de orçamento de MOD. Pequenas alterações na estimativa da quantidade de produto produzem novos resultados na taxa de apropriação.

Voltando ao quadro do orçamento de MOD, fizemos a previsão de dois cenários para Março. No caso do cenário otimista, o número total de horas para a montagem do produto TIPO-1 foi de 8.948 (linha 3) e total do departamento de montagem de 17.988 horas (linha 19). A taxa de apropriação de seria de 8.948/17.988 = 49,7%. Para o quadro pessimista o número de horas de montagem seria de 12.505 horas (linha 3) de um total de 23.145 horas (linha 19). A taxa de apropriação neste caso seria de 12.505 / 23.145 = 54,02%. Se olharmos a quantidade necessária de produtos perceberemos que:

Quantidade necessária do TIPO-1: (otimista) 6.392 unidades
Quantidade necessária do TIPO-1: (pessimista) 8.932 unidades
Diferença = 8.932 – 6.392 = 2540 unidades.

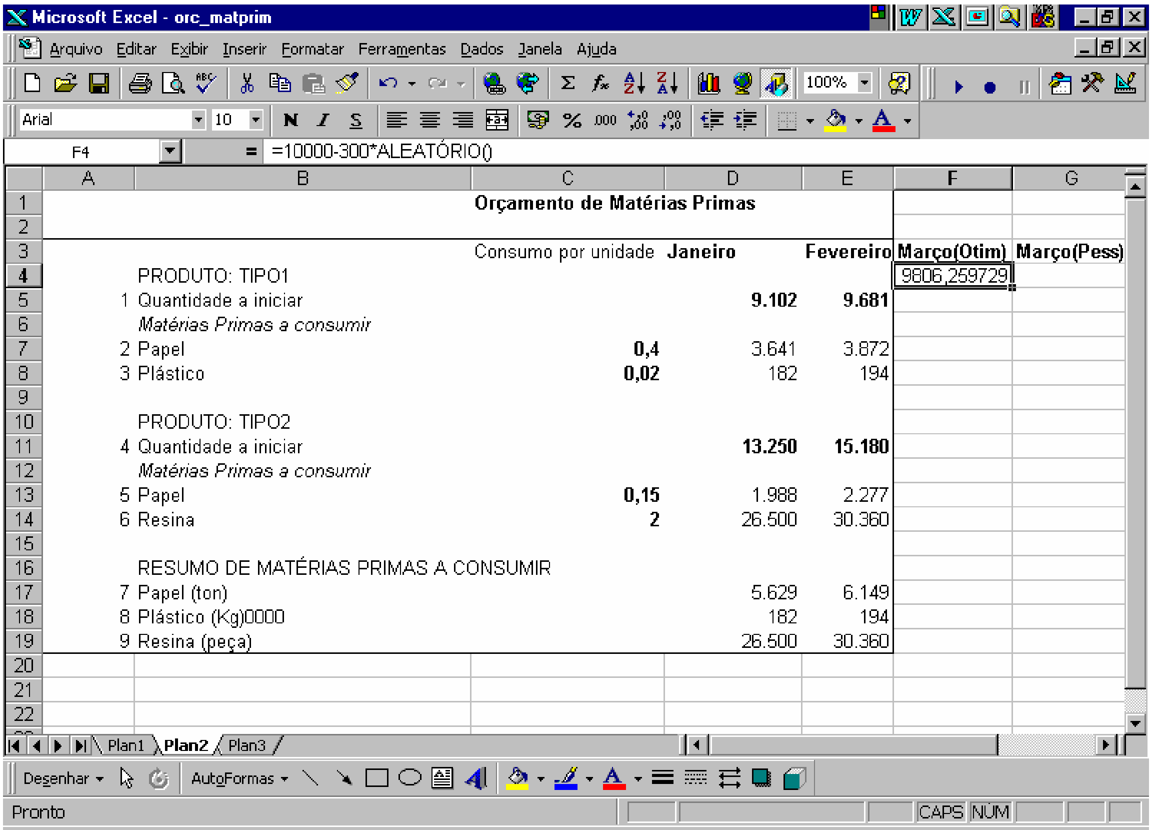
Então um aumento de 39% (2.540 / 6.392) em unidades provocou um aumento de 8,7% ((54,02-49,7) /49,7) na taxa de apropriação do custo indireto de fabricação (CIF) dos produtos.

O quadro anterior foi criado para o mês de Janeiro onde a taxa de apropriação é 12.742 /23.342 = 54,5% para o departamento de montagem com o produto TIPO-1. Assim, a apropriação do produto TIPO-1 é 0,545x129.649 = 70.775 (linha5).

4.6 Automatizando Cenários Aleatórios em Movimentação Financeira.

Como pode-se perceber os cálculos com os quadros são bastante exaustivos na criação de cenários. É interessante notar que apesar de previamente os cálculos com as células do *Microsoft Excel* já serem automatizadas, a mudança de cenários para simulação pode ainda assim ser exaustiva.

Uma maneira interessante de automatizar cenários é com a utilização da gravação das ações através de MACROS. O uso de MACROS no Excel faz com que todas as ações criadas não precisem ser recriadas, mas como um gravador ou video-cassete, elas se repetem quantas vezes quanto necessárias automaticamente.


Microsoft Excel - orc_matprim

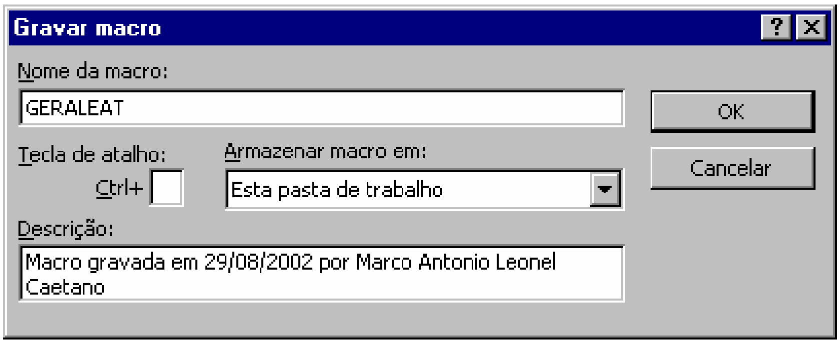
F4 = =10000-300*ALEATÓRIO()

	A	B	C	D	E	F	G
1			Orçamento de Matérias Primas				
2							
3			Consumo por unidade	Janeiro	Fevereiro	Março(Otim)	Março(Pess)
4		PRODUTO: TIPO1				9806,259729	
5		1 Quantidade a iniciar		9.102	9.681		
6		*Matérias Primas a consumir*					
7		2 Papel	0,4	3.641	3.872		
8		3 Plástico	0,02	182	194		
9							
10		PRODUTO: TIPO2					
11		4 Quantidade a iniciar		13.250	15.180		
12		*Matérias Primas a consumir*					
13		5 Papel	0,15	1.988	2.277		
14		6 Resina	2	26.500	30.360		
15							
16		RESUMO DE MATÉRIAS PRIMAS A CONSUMIR					
17		7 Papel (ton)		5.629	6.149		
18		8 Plástico (Kg)0000		182	194		
19		9 Resina (peça)		26.500	30.360		

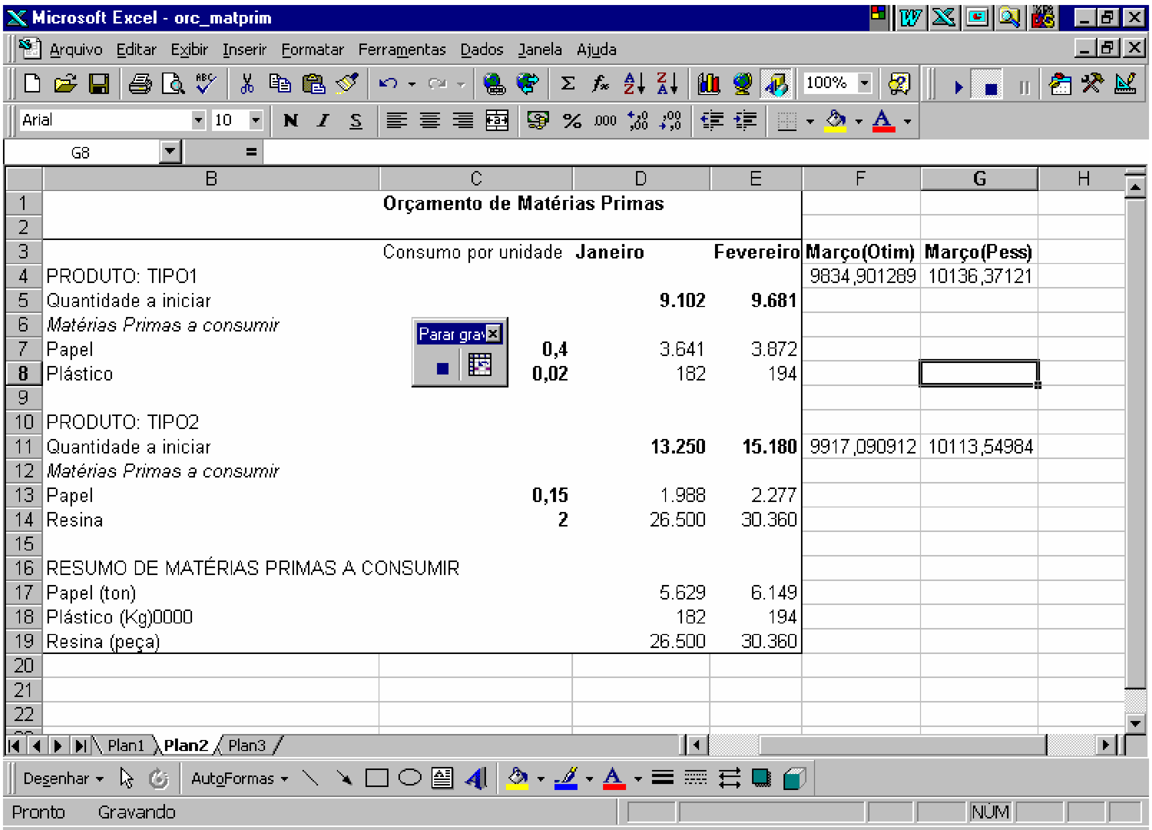
A geração de cenários otimistas e pessimistas como já apresentados, pode ser automatizadas através de uma macro já existente no excel, conhecida como ALEATORIO(). Está macro produz variações automáticas nos cálculos dos cenários somente com o apertar da tecla F9. Vamos supor o exemplo do quadro do orçamento de matérias primas. Com uma média de 10000 unidades e desvio de 300 criamos os cenários otimistas e pessimistas para o produto TIPO-1. Uma maneira automatizada seria:

Qtde = 10.000 – 300* ALEATORIO() {*criação do cenário otimista*}
Qtde = 10.000 + 300*ALEATORIO() {*criação do cenário pessimista*}

Mas ainda podemos criar uma macro específica e particular. Para tanto basta clicar no botão com um circulo para começar a gravar as ações e cálculos. A figura abaixo mostra o resultado depois de selecionar o botão de gravar.



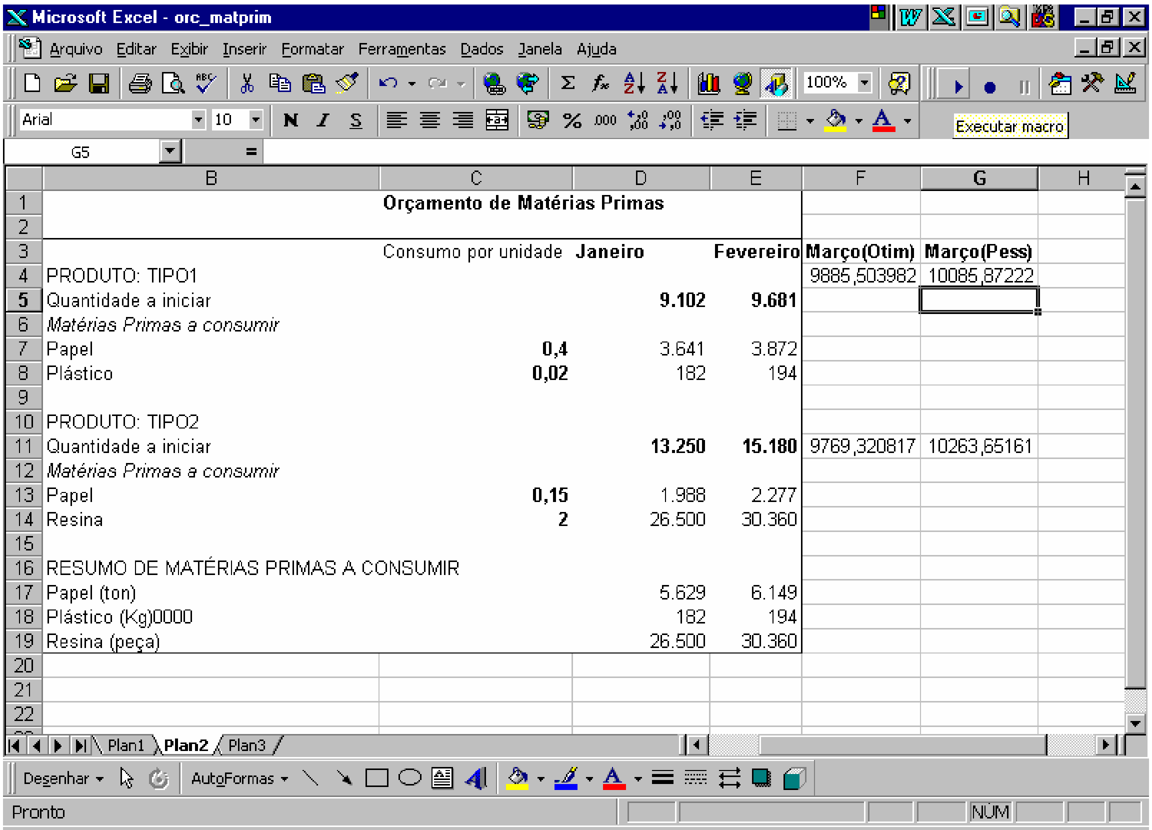
Deve-se preencher o nome da macro com um nome que desejar. No exemplo o nome criado foi GERALEAT. No quadrado CTRL + pode-se preencher com a letra que quer automatizar a chamada de calculo. Por exemplo se colocar "s" no quadrado, sempre que apertar CTRL + S o programa fará todas as atualizações sozinho.



	B	C	D	E	F	G	H
1		Orçamento de Matérias Primas					
2							
3		Consumo por unidade	Janeiro	Fevereiro	Março(Otim)	Março(Pess)	
4	PRODUTO: TIPO1				9834,901289	10136,37121	
5	Quantidade a iniciar		9.102	9.681			
6	*Matérias Primas a consumir*						
7	Papel	0,4	3.641	3.872			
8	Plástico	0,02	182	194			
9							
10	PRODUTO: TIPO2						
11	Quantidade a iniciar		13.250	15.180	9917,090912	10113,54984	
12	*Matérias Primas a consumir*						
13	Papel	0,15	1.988	2.277			
14	Resina	2	26.500	30.360			
15							
16	RESUMO DE MATÉRIAS PRIMAS A CONSUMIR						
17	Papel (ton)		5.629	6.149			
18	Plástico (Kg)0000		182	194			
19	Resina (peça)		26.500	30.360			
20							
21							
22							

Enquanto estiver gravando suas ações para mostrar os tipos de cálculos são desejados, o quadrado como o do centro da figura anterior aparecerá indicando que a gravação está em curso.

Finalmente após terminar o processo de gravação, toda vez que desejar a alteração automática dos cenários, bastará apertar na seta como indicado na figura abaixo e escolher o nome da macro que deseja executar. Se só existir uma macro na planilha o Excel, automaticamente executará os cáclulos. Caso contrário aparecerá uma tela com o nome de todas as macros criadas. Então escolhe-se a macro desejada e a tecla "executar".



Como visto neste tópico, a criação de cenários auxilia e diminui as incertezas em qualquer quadro de orçamento. Isto pode otimizar os resultados, pois como também foi visto, uma alteração que seja numa única variável pode representar aumento de custos bastante expressivas nas estimativas de um "*controller*". A automatização ajudará juntamente com as ferramentas e técnicas estatísticas na compreensão das incertezas inerentes ao mercado de qualquer natureza.